

N.B/ (Il sera tenu compte de la présentation de la copie et de la qualité de la rédaction. Les résultats devront être encadrés. Des points seront attribués en conséquence).

Barème approximatif de notation : [I/ 2 pts. II/ 4 pts. III/ 5 pts. IV/ 2 pts. V/ 7 pts].

COMPTEUR NUMERIQUE D'ENERGIE

On étudie un système électronique permettant la mesure et l'affichage numérique de l'énergie consommée par un récepteur sur une durée pouvant atteindre plusieurs semaines (fig.1). Les amplificateurs opérationnels sont supposés parfaits. Ils sont alimentés sous $\pm V_{CC} = \pm 15$ V et leurs tensions de saturation sont $\pm V_{sat} = \pm 15$ V. Toutes les parties sont largement indépendantes les unes des autres. Les blocs en pointillés ne seront pas étudiés.

I- TRANSFORMATEURS (fig.2) :

Le secteur délivre une tension sinusoïdale u de valeur efficace $U = 220$ V et de fréquence $f = 50$ Hz tel que $u \gg u'$ (voir figure 2). Le courant i dans un récepteur a pour valeur efficace I .

Deux transformateurs, de tension (T.U) et de courant (T.C) fournissent u_1 et u_2 , successivement image de la tension u et du courant i dans le récepteur. φ est le déphasage entre u et i . Soit $u_1 = U_{1M} \sin(2\pi ft)$ et $u_2 = U_{2M} \sin(2\pi ft - \varphi)$ avec $U_{1M} = \sqrt{2}m_1U$ et $U_{2M} = \sqrt{2}r_2 I/m_2$ où m_1 et m_2 sont les rapports de transformation de (T.U) et de (T.C). Montrer que : $U_{1M}U_{2M} = k(UI)$, expliciter k , calculer sa valeur et préciser son unité. On donne : $m_1 = 0,032$, $m_2 = 100$, $r_2 = 80 \Omega$.

II- MULTIPLIEUR (fig.3) :

Le multiplieur est supposé parfait. Sa tension de sortie a pour expression $u_3 = k_1.u_1.u_2$.

1° Exprimer u_3 en fonction k_1 , k , U , I et φ (On rappelle que $U_{1M}.U_{2M} = k.U.I$).

2° Sachant que : $2 \sin(x) \sin(y) = \cos(x - y) - \cos(x + y)$, mettre u_3 sous la forme d'une somme de deux termes dont l'un est périodique. Quelle est alors la fréquence de u_3 ?

3° Montrer que la valeur moyenne de u_3 est $U_{30} = k_2.P$ où P étant la puissance active absorbée par le récepteur et k_2 une constante de proportionnalité.

4° Calculer k_1 et préciser son unité sachant que $k_2 = 2,5$ V/kW. On donne $k = 0,05 \Omega$.

III- FILTRE (fig.4) :

III.1. Etude en régime sinusoïdal : Les tensions u_3 et u_4 sont sinusoïdales et de fréquence F .

1° Mettre la fonction de transfert \underline{T} du filtre sous la forme : $\underline{T} = \frac{U_4}{U_3} = \frac{T_0}{1 + j \frac{F}{F_0}}$; Expliciter T_0 et F_0 .

2° Esquisser rapidement l'allure du diagramme de Bode. Quelle est alors la nature du filtre ?

3° On veut que $T = T_0/100$ pour $F = 100$ Hz. Calculer F_0 . En déduire R_1 sachant que $C_1 = 1 \mu F$.

III.2. Rôle du filtre dans le montage : On admet que u_3 a pour expression : $u_3 = U_{30} + u'_3$ avec U_{30} une tension continue et u'_3 une tension sinusoïdale de fréquence 100 Hz.

Etablir l'expression de u_4 . Sachant que $U_{30} = k_2 \cdot P$ où $k_2 = 2,5 \text{ V/kW}$, calculer u_4 pour $P = 2 \text{ kW}$.

IV. SUIVEUR (fig.5) :

1° Exprimer la tension u_5 en fonction de u_4 .

2° Citer ses propriétés et justifier sa présence dans le montage.

V. GENERATEUR DE RAMPE (fig.6) :

L'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire.

V.1. Etude du dipôle vue à gauche des points BM (fig.6) :

1° Montrer que le courant $i_3 = u_5/R$. Quelle est alors la fonction de ce montage ?

2° Calculer R pour que $i_3 = 50 \mu\text{A}$ lorsque $u_5 = 5 \text{ V}$.

3° Donner une relation simple entre u_6 et u_5 . Quelle est alors la valeur maximale de u_6 ?

V.2. Etude du montage en charge (fig.7) : La charge est donnée par la figure 7.

1° Ecrire l'équation différentielle qui lie i_C , C et u_6 .

2° S_1 et S_2 sont deux interrupteurs électroniques commandés par la tension u_7 fournie par le montage double comparateur. A l'instant $t = 0$, S_1 se ferme et S_2 s'ouvre. i_3 est constant.

a/ Exprimer u_6 en fonction de i_3 , C , t et V_B , où V_B étant la valeur de u_6 à l'instant $t = 0$.

b/ Sachant que S_2 s'ouvre pour $u_6 = V_B$ et se ferme pour $u_6 = V_H$ ($V_H > V_B$). Exprimer l'instant t_0 au bout duquel la tension u_6 atteint la valeur V_H .

c/ Calculer t_0 sachant que : $i_3 = 50 \mu\text{A}$; $C = 1,5 \mu\text{F}$; $V_B = 0,7 \text{ V}$; $V_H = 6,7 \text{ V}$.

3° A l'instant $t = t_0$, S_1 s'ouvre et S_2 se ferme.

a/ Calculer la constante de temps τ du circuit de décharge du condensateur pour $r = 100 \Omega$.

b/ Sachant que u_6 a pour équation $u_6 = V_H \exp\left(-\frac{t'}{\tau}\right)$ (origine des temps $t' = 0$ à t_0). Calculer le temps t'_0 que met u_6 pour passer de V_H à V_B pour $V_B = 0,7 \text{ V}$; $V_H = 6,7 \text{ V}$.

4° Représenter alors u_6 pour $0 < t < t_0 + t'_0$.

5° En négligeant la durée de décharge du condensateur devant la durée de charge, représenter u_6 pour $0 < t < 3t_0$.

Bon Travail

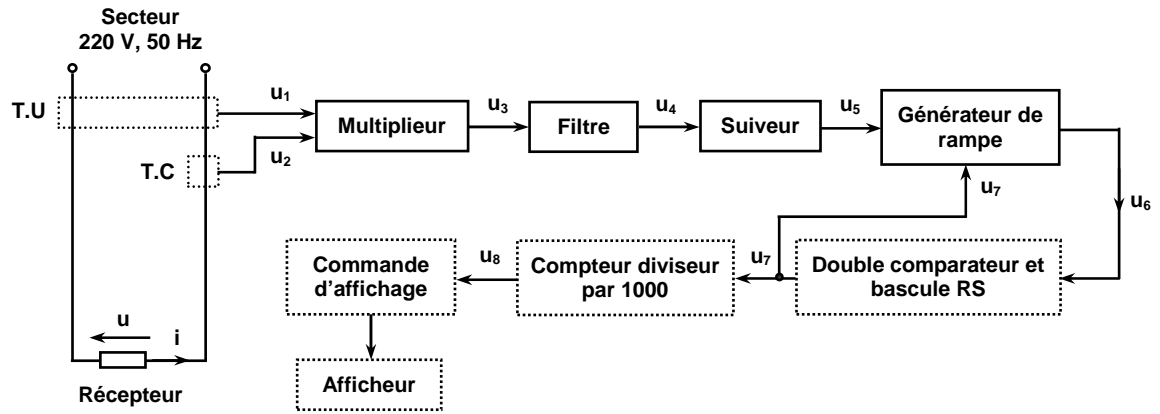


Figure 1

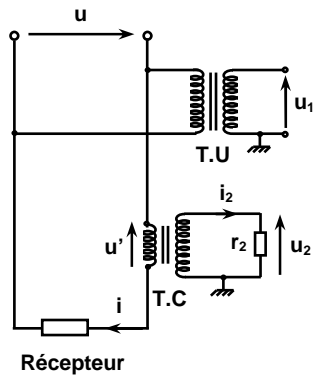


Figure 2

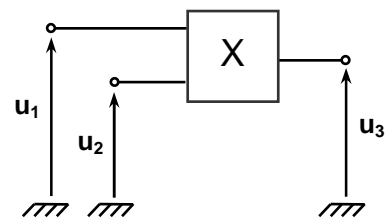


Figure 3

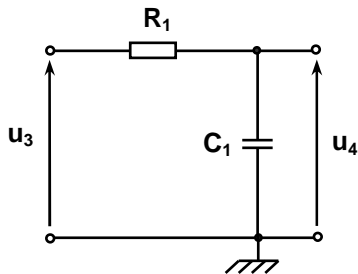


Figure 4

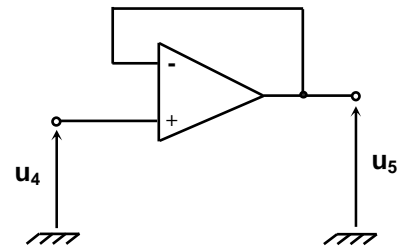


Figure 5

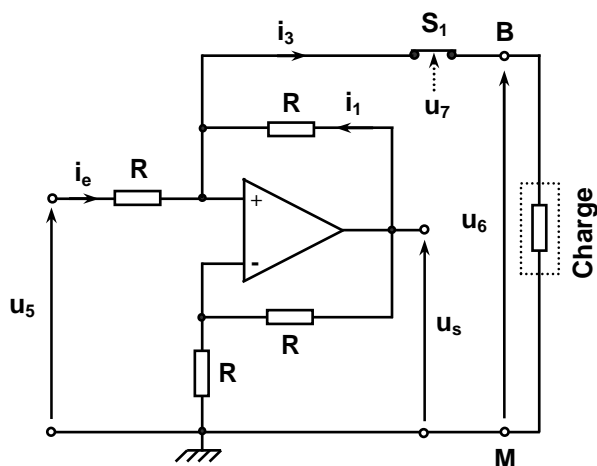


Figure 6

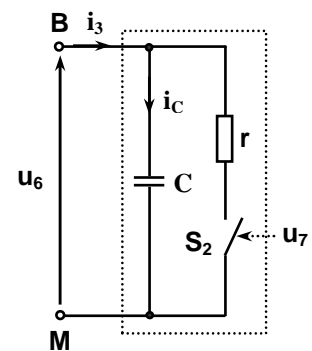


Figure 7