

Devoir Surveillé

Signaux et Systèmes Linéaires

Filière : 1^{ère} Année Licence en Génie Electrique – Année universitaire 2012-2013 – Semestre 2

Durée : 1H

Nombre de pages : 2

Documents : Non autorisés

N.B : Nous vous prions de bien vouloir reporter le numéro d'une question sur votre copie avant d'y répondre...

Exercice 1 : (7 points)

1) Trouver a, b et c tel que :

$$\frac{2p+1}{(p-2)(p^2+1)} = \frac{a}{p-2} + \frac{bp+c}{p^2+1}$$

2) Résoudre l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} - \frac{5}{2} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = -\frac{5}{2} \sin(t) \quad \text{Avec } y(0) = 0, y'(0) = 2$$

Exercice 2 : (13 points)

On considère le signal $x(t)$ défini par :

$$\begin{cases} x(t) = 0 & \text{si } t < 0 \\ x(t) = t & \text{si } 0 \leq t < 10 \\ x(t) = 0 & \text{si } t \geq 10 \end{cases}$$

1) Représenter le signal $x(t)$.

2) On note $X(p)$ la transformée de Laplace du signal $x(t)$

Montrer que
$$X(p) = \frac{1}{p^2} - \frac{1+10p}{p^2} e^{-10p}$$

3) Le signal $x(t)$ est envoyé en entrée dans un circuit intégré. Il y subit une transformation.

Le signal de sortie $y(t)$ est tel que sa transformée de Laplace vérifie :

$$Y(p) = \frac{1}{1+10p} X(p), \text{ calculer } Y(p)$$

4) Décomposer $\frac{1}{p^2(1+10p)}$ en éléments simples

5) En déduire la valeur de $y(t)$ sur $]-\infty,0[$; $[0,10[$; $[10,+\infty[$

| f(t) | F(s) |
|--|---|
| $\frac{df(t)}{dt}$ | $sF(s) - f(0^+)$ |
| $\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$ | $s^2 F(s) - sf(0^+) - \frac{df}{dt}(0^+)$ |
| $\frac{d^n f(t)}{dt^n}$ | $s^2 F(s) - s^{n-1} \frac{df}{dt}(0^+) - s^{n-2} \frac{d^2 f}{dt^2}(0^+) - \dots - \frac{d^{n-1} f}{dt^{n-1}}(0^+)$ |
| $g(t) = \int_0^{\infty} f(\tau) d\tau$ | $\frac{F(s)}{s} + \frac{g(0^+)}{s}$ |
| $H(t) \text{ ou } u(t)$ | $\frac{1}{s}$ |
| $\delta(t)$ | 1 |
| t | $\frac{1}{s^2}$ |
| $\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$ | $\frac{1}{s^n}$ |
| e^{-at} | $\frac{1}{s+a}$ |
| te^{-at} | $\frac{1}{(s+a)^2}$ |
| $t^{n-1} e^{-at}$ | $\frac{1}{(s+a)^n}$ |
| $\sin \omega t$ | $\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$ |
| $\cos \omega t$ | $\frac{s}{s^2 + \omega^2}$ |
| $\sin(\omega t + \theta)$ | $\frac{s \sin \theta + \omega \cos \theta}{s^2 + \omega^2}$ |
| $\cos(\omega t + \theta)$ | $\frac{s \cos \theta - \omega \sin \theta}{s^2 + \omega^2}$ |
| $e^{-at} \sin \omega t$ | $\frac{\omega}{[(s^2 + \omega^2)^2 + \omega^2]}$ |
| $e^{-at} \cos \omega t$ | $\frac{s+a}{[(s^2 + \omega^2)^2 + \omega^2]}$ |
| $te^{-at} \sin \omega t$ | $\frac{2\omega(s+a)}{[(s^2 + \omega^2)^2 + \omega^2]}$ |
| $te^{-at} \cos \omega t$ | $\frac{(s+a)^2 - \omega^2}{[(s^2 + \omega^2)^2 + \omega^2]}$ |