**Institut Supérieur des Etudes Technologiques de Nabeul**

Département de génie Mécanique

# CORRECTION SUJET N°3 : MALAXEUR DE SABLE AUTOMATISE

## I. ETDE TECHNOLOGIQUE

En se referant au dessin d'ensemble :

1) Donner le non et le rôle des pièces suivantes

a) Pièce (3) : Joint à lèvres ....... étanchéité dynamique, empecher la sortie d'huile

b) Pièce (6) : Bouchon de vidange ........ Vider le carter d'huile...

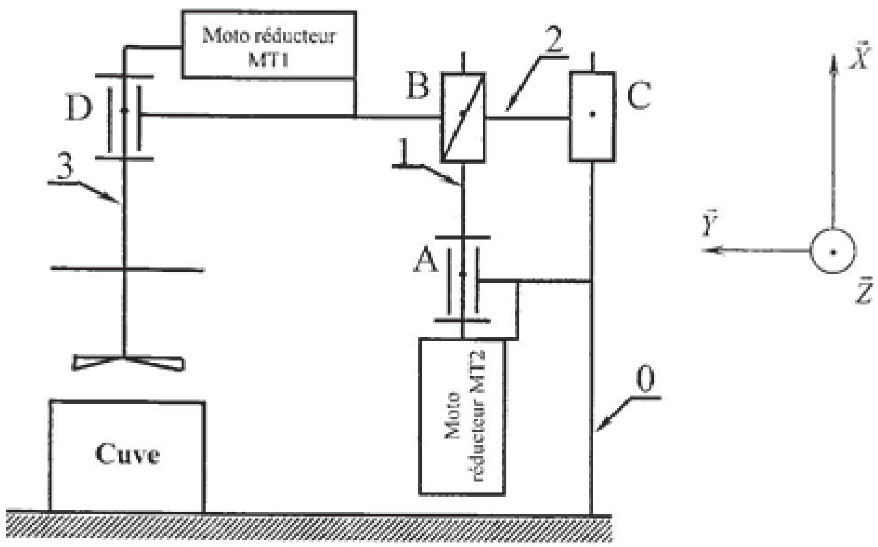
c) Pièce (4) : Cales .......... regler le jeu entre bague exterieure de roulement (5) type KB et la bride (12).

2) Compléter le diagramme fonctionnel du réducteur

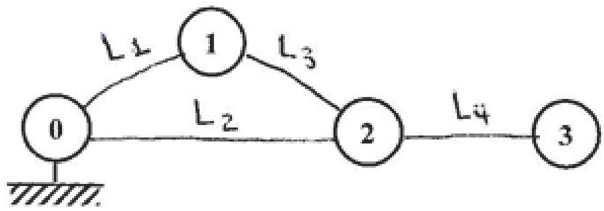
Arbre moteur MT1 → 2 → 10 → 11 → 13 → 19 → Pale (21)

## II. THEORIE DE MECANISME

Le système malaxeur est représenté par le schéma cinématique suivant.



1) Etablir le graphe de liaisons, en indiquant le non de chaque liaison :




- (L1) : Liaison pivot d'axe $(A, \vec{x})$
- (L2) : Liaison glissière d'axe $(C, \vec{x}$
- (L3) : Liaison hélicoïdale d'axe $(B, \vec{x}$
- (L4) : Liaison pivot d'axe $(D, \vec{x})$

2) Déterminer le nombre cyclomatique $\gamma$ :

$\gamma = a - p + 1 = 4 - 4 + 1 = 1$ $\boxed{\gamma = 1}$

3) Donner le nombre de degré de mobilité m du système :

$m = 2$

4) Ecrire les torseurs statiques des différentes liaisons du système et déterminer le degré d'hyperstatisme h, utilisant la loi de mobilité par l'approche statique.

$$\left\{\tau_1^{(L_1)}\right\}_A = \left\{\begin{matrix} X_1 & 0 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & N_1 \end{matrix}\right\}_A$$

$$\left\{\tau_2^{(L_2)}\right\}_C = \left\{\begin{matrix} 0 & L_2 \\ Y_2 & M_2 \\ Z_2 & N_2 \end{matrix}\right\}_C$$

$$\left\{\tau_3^{(L_3)}\right\}_B = \left\{\begin{matrix} X_3 & p \cdot X_3 \\ Y_3 & M_3 \\ Z_3 & N_3 \end{matrix}\right\}_B$$

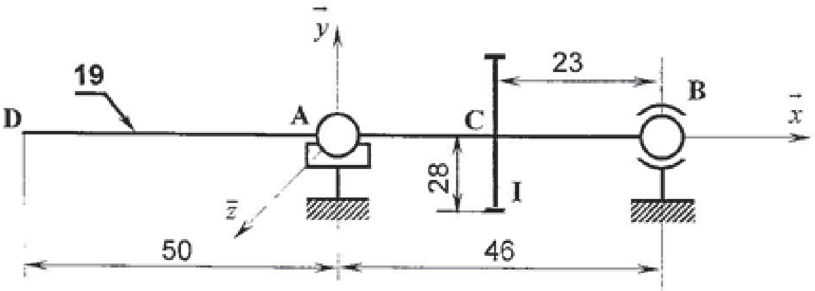
$$\left\{\tau_4^{(L_4)}\right\}_D = \left\{\begin{matrix} X_4 & 0 \\ Y_4 & M_4 \\ Z_4 & N_4 \end{matrix}\right\}_D$$

$$\begin{aligned} h &= m + N_s - 6(p-1) \\ &= 2 + 20 - 6(4-1) \\ &= 22 - 6 \times 3 \\ &= 22 - 18 \end{aligned}$$

$\Rightarrow \boxed{h = 4}$ Le système est hyperstatique de degré $h = 4$.

## DIMENSIONNEMENT DE L'ARBRE (19)

L'arbre porte pale **(19)** est assimilé à une poutre circulaire pleine. Ce dernier est modélisé par la figure suivante.




L'arbre est soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- *l'action de la vis sans fin (2) sur la roue (10) en I :* $\{\tau_3\}_I = \begin{Bmatrix} 2120 & 0 \\ 2134 & 0 \\ 5500 & 0 \end{Bmatrix}_I$
- *L'action de sable mouillé sur (19) en D :* $\{\tau_1\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 154\cdot 10^3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_D$

**N.B** : l'effort en [*N*] et le couple en [*N.mm*].

On donne *: $R_e$=300 MPa* et le *Cœfficient de sécurité s* = 2.

**1)** En étudiant l'équilibre statique de la poutre, vérifier que les torseurs des efforts de liaisons aux points A et B sont : $\{\tau_2\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 223{,}43 & 0 \\ -2750 & 0 \end{Bmatrix}_A$ et $\{\tau_4\}_B = \begin{Bmatrix} -2120 & 0 \\ -2357{,}43 & 0 \\ -2750 & 0 \end{Bmatrix}_B$

$\{\tau_2\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_A$ et $\{\tau_4\}_B = \begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{Bmatrix}_B$.

Transformation des torseurs au point B :

$\{\tau_1\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 154\cdot 10^3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B$

$\{\tau_2\}_B = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ Y_A \\ Z_A \end{matrix} \middle| \begin{pmatrix} -46 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ Y_A \\ Z_A \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0 \\ 46\cdot Z_A \\ -46\cdot Y_A \end{matrix} \right\}_B$

$\{\tau_3\}_B = \left\{ \begin{matrix} 2120 \\ 2134 \\ 5500 \end{matrix} \middle| \begin{pmatrix} -23 \\ -28 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 2120 \\ 2134 \\ 5500 \end{pmatrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} 2120 \\ 2134 \\ 5500 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} -154\cdot 10^3 \\ 126{,}5\cdot 10^3 \\ 10{,}278\cdot 10^3 \end{matrix} \right\}_B$

Ecrire le P.F.S au point B $\Sigma\{\mathcal{T}_i\}_B = \{0\}$

(1) : $0 + 0 + 2120 + X_B = 0$
(2) : $0 + Y_A + 2134 + Y_B = 0$
(3) : $0 + Z_A + 5500 + Z_B = 0$
(4) : $154.10^3 + 0 - 154.10^3 + 0 = 0$
(5) : $0 + 46\,Z_A + 126{,}5.10^3 + 0 = 0$
(6) : $0 - 46\,Y_A + 10{,}278.10^3 + 0 = 0$

(1) $\Rightarrow$ $\boxed{X_B = -2120}$

(5) $\Rightarrow$ $Z_A = -\dfrac{126{,}5.10^3}{46} = -2750$

$\boxed{Z_A = -2750}$

(3) $\Rightarrow$ $Z_B = -5500 - Z_A$

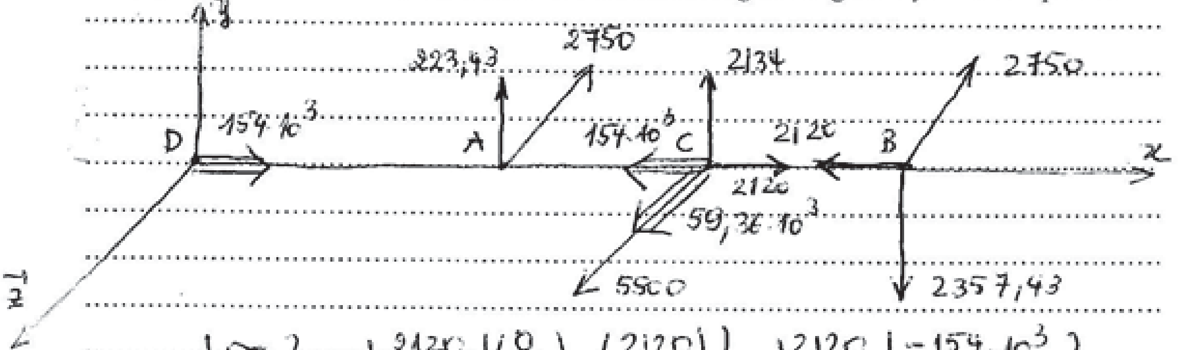
$= -5500 + 2750 = -2750$ $\boxed{Z_B = -2750}$

(6) $\Rightarrow$ $Y_A = \dfrac{10{,}278.10^3}{46} = 223{,}43$ $\boxed{Y_A = 223{,}43}$

(2) $\Rightarrow$ $Y_B = -2134 - Y_A = -2134 - 223{,}43 = -2357{,}43$

$\boxed{Y_B = -2357{,}43}$ $\{\mathcal{T}_2\}_A = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 223{,}43 & 0 \\ -2750 & 0 \end{matrix}\right\}_A$ et $\{\mathcal{T}_4\}_B = \left\{\begin{matrix} -2120 & 0 \\ -2357{,}43 & 0 \\ -2750 & 0 \end{matrix}\right\}_B$

2) Déterminer le torseur des efforts de cohésion le long de la ligne moyenne de la poutre.




$\{\mathcal{T}_3\}_C = \left\{\begin{matrix} 2120 \\ 2134 \\ 5500 \end{matrix} \middle| \begin{pmatrix} 0 \\ -28 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 2120 \\ 2134 \\ 5500 \end{pmatrix} \right\}_C = \left\{\begin{matrix} 2120 & -154.10^3 \\ 2134 & 0 \\ 5500 & 59{,}36.10^3 \end{matrix}\right\}_C$

Coupure entre D et A $0 \le x_{G_1} \le 50$ (mm)

$\{\mathcal{T}^{coh}_{R_D/R_G}\}_{G_1} = \left\{\begin{matrix} 0 & -154.10^3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{G_1}$

Coupure entre A et C $\quad 50 \leq x_{G_2} \leq 73$ (mm)

$$\left\{\mathcal{T}^{coh}_{\Sigma_0/\Sigma_1}\right\}_{G_2} = -\left\{\begin{matrix} 0 \\ 223{,}43 \\ -2750 \end{matrix}\middle| \begin{pmatrix} 154\cdot10^3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 50-x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 223{,}43 \\ -2750 \end{pmatrix}\right\}_{G_2}$$

$$= \left\{\begin{matrix} 0 \\ -223{,}43 \\ 2750 \end{matrix}\middle| \begin{matrix} -154\cdot10^3 \\ -2750\,(50-x) \\ -223{,}43\,(50-x) \end{matrix}\right\}_{G_2}$$

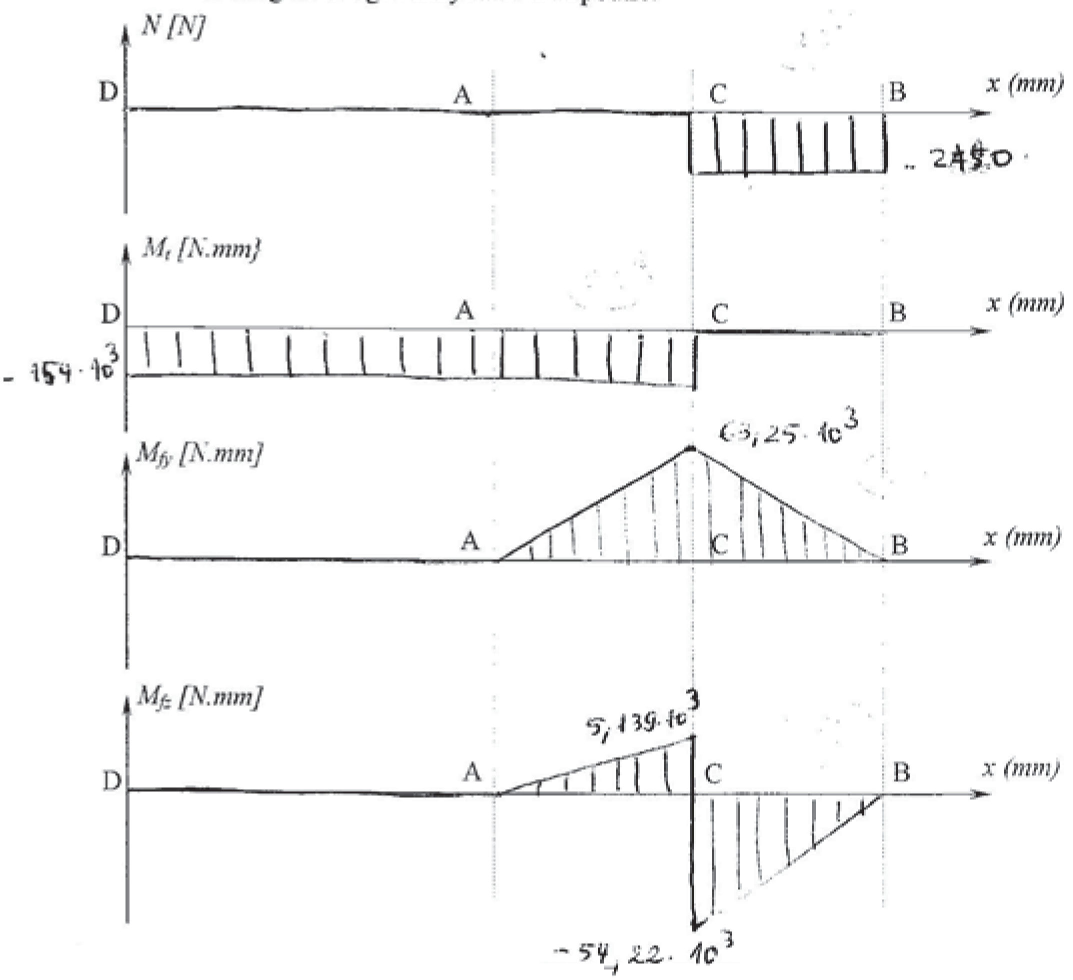
Coupure entre C et B $\quad 73 \leq x_{G_3} \leq 96$ (mm)

$$\left\{\mathcal{T}^{coh}_{\Sigma_0/\Sigma_1}\right\}_{G_3} = -\left\{\begin{matrix} 2120 \\ 2357{,}43 \\ 2750 \end{matrix}\middle| \begin{pmatrix} 0 \\ 2750\,(50-x) \\ 223{,}43\,(50-x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 73-x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 2120 \\ 2134 \\ 5500 \end{pmatrix}\right\}_{G_3}$$

$59{,}36\cdot10^3$

$$= \left\{\begin{matrix} -2120 \\ -2357{,}43 \\ -2750 \end{matrix}\middle| \begin{matrix} 0 \\ -2750\,x + 264\cdot10^3 \\ 2357{,}43\,x - 226{,}313\cdot10^3 \end{matrix}\right\}_{G_3}$$

3) Tracer les diagrammes de l'effort normal, des moments fléchissants et du moment de torsion le long de la ligne moyenne de la poutre.



4) Dans la section la plus sollicitée, déterminer le diamètre minimal de la poutre pour que la condition de résistance soit vérifiée, (Utiliser le critère de Von-Misess).

La section C est la plus sollicitée
type de sollicitation : Compression + flexion + torsion

On a : le moment idéal $M_i = \sqrt{M_t^2 + M_{fy}^2 + M_{fz}^2}$

$M_i = \sqrt{(154.10^3)^2 + (63,25.10^3)^2 + (54,22.10^3)^2} \simeq 175.10^3 N.mm$

Condition de resistance : $\sigma \leq \frac{Re}{s} \Rightarrow \frac{32 \cdot M_i}{\pi d^3} \leq \frac{Re}{s}$

$\Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \times s \times M_i}{\pi \cdot Re}}$

A.N : $d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \times 2 \times 175.10^3}{\pi \times 300}}$

$d \geq 22,81$ (mm) on prend $d = 23$ mm.

Verification par le critère de Von-Misess :

$\sigma_{\acute{e}q} = \sqrt{\sigma_N^2 + 3 \cdot \tau^2}$ avec $\sigma_N = \frac{4N}{\pi d^2} + \frac{32 \times M_f}{\pi d^3}$

et $\tau = \frac{16 \times M_t}{\pi d^3}$.

A.N : $\sigma_N = \frac{4 \times 2750}{\pi \times (23)^2} + \frac{32 \times 83,303 \cdot 10^3}{\pi (23)^3}$

$= 5,1 + 69,74 = 74,84 \ N/mm^2$

$\tau = \frac{16 \times 154.10^3}{\pi \times (23)^3} = 64,46 \ N/mm^2$.

$\boxed{\sigma_{\acute{e}q} = 134,41 \ MPa}$

or $\frac{Re}{s} = \frac{300}{2} = 150 \ MPa \Rightarrow \sigma_{\acute{e}q} < \frac{Re}{s}$

$\Rightarrow$ La condition de résistance est vérifiée avec $\boxed{d = 23 \ mm}$