Institut Supérieur des Etudes Technologiques de Nabeul

Département de génie Mécanique

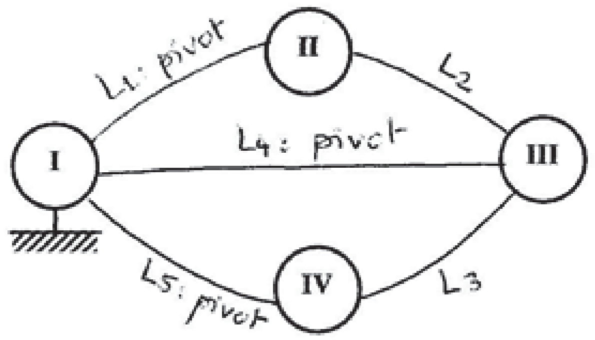
CORRECTION SUJET N°4 : POMPE MONO-VIS

1) ETUDE FONCTIONNELLE ET TECHNOLOGIQUE

1) Déterminer les groupes des pièces cinématiquement liées.

Classe	Pièces
I	3, 6, 8, 22, 25, 17, 18, 20, Bext 5, 10, 11
II	2, 4, Bint 5
III	24, 23
IV	12, 9, 7, 13, 14, 15, 16, 21

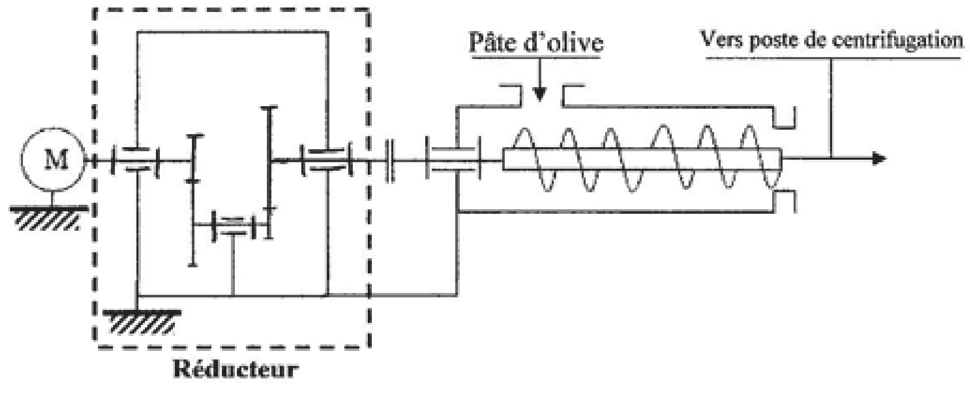
2) Etablir le graphe de liaisons



L_2 : ponctuelle ou linéaire rectiligne

L_3 : ponctuelle ou linéaire rectiligne.

3) Compléter le schéma cinématique minimale du système.



4) Indiquer le rôle des pièces suivantes : **(8)** et **(22)**.

(8) : vis de remplissage d'huile.

(22) : Bouchon de vidange.

5) Indiquer la méthode utilisée pour lubrifier le réducteur.

Lubrification à l'huile par barbotage.

6) Comment appelle-t-on le mécanisme formé par les pièces **(14, 15, 16)** ?

Accouplement élastique

7) Quelle est sa fonction principale.

Protéger le mécanisme contre les surcharges.

8) Ecrire les torseurs statiques des différentes liaisons du réducteur et déterminer le degré d'hyperstatisme **h**, utilisant la loi de mobilité par l'approche statique.

$$\left\{\mathcal{T}^{(L_1)}\right\}_E = \begin{Bmatrix} X_E & 0 \\ Y_E & M_E \\ Z_E & N_E \end{Bmatrix}_E \qquad \left\{\mathcal{T}^{(L_4)}\right\}_F = \begin{Bmatrix} X_F & 0 \\ Y_F & M_F \\ Z_F & N_F \end{Bmatrix}_F$$

$$\left\{\mathcal{T}^{(L_2)}\right\}_I = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_I & 0 \end{Bmatrix}_I \text{ (ponctuelle)} \qquad \left\{\mathcal{T}^{(L_5)}\right\}_H = \begin{Bmatrix} X_H & 0 \\ Y_H & M_H \\ Z_H & N_H \end{Bmatrix}_H$$

$$\left\{\mathcal{T}^{(L_3)}\right\}_J = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_J & 0 \end{Bmatrix}_J \text{ (ponctuelle)}$$

On a : $h = N_S - r_S$ et $m = 6p - r_S \Rightarrow r_S = 6p - m$

p : nbre des groupes sans bâti

$h = N_S + m - 6p$

$h = 17 + 1 - 6 \times 3$

$h = 18 - 18 = 0$ $\qquad h = 0 \Rightarrow$ Système isostatique.

2) ETUDE MECANIQUE

B-1/ Etude cinématique du réducteur

1) Déterminer le rapport de réduction global, sachant que :

- diamètre primitif du pignon arbré **(4)** : $d_4=18mm$
- diamètre primitif de la roue 23 : $D_{23}=54mm$
- le rapport de réduction de l'étage **(24)-(9)** : $r_{24\text{-}9}=0,5$

$r_g = r_{4\text{-}23} \times r_{24\text{-}9}$ avec $r_{4\text{-}23} = \frac{D_4}{D_{23}}$

$\Rightarrow r_g = \frac{D_4}{D_{23}} \times r_{24\text{-}9}$

$r_g = \frac{18}{54} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{r_g = \frac{1}{6}}$

2) Déduire la vitesse de rotation N_{21} ainsi que le couple transmis C_v de la vis d'Archimède **(21)** sachant que :

- la vitesse de rotation du moteur en charge : $N_m=1500tr/min$
- la puissance du moteur : $Pm=1,5\ KW$
- le rendement pour chaque étage : $\eta=0,95$

$r_g = \frac{N_{21}}{N_m} \Rightarrow N_{21} = r_g \times N_m$

$N_{21} = \frac{1}{6} \times 1500 = 250\ trs/mn$

ona: $\eta_g = (0,95) \times (0,95) = \frac{P_{21}}{P_m} \Rightarrow P_{21} = \eta_g \times P_m$

$P_{21} = C_v \cdot \omega_{21} = C_v \times \frac{\pi N_{21}}{30} = \eta_g \times P_m$

$\Rightarrow C_v = \frac{30 \times \eta_g \times P_m}{\pi N_{21}} = \frac{30 \times (0,95)^2 \times 1,5 \cdot 10^3}{\pi \times 250}$

$\boxed{C_v = 51,7\ N.m}$

3) Calculer la vitesse moyenne de translation de la pâte si le pas de la vis d'Archimède est égal à *60 mm*.

pour $2\pi \longrightarrow pas$
$\theta \longrightarrow x$ $\Rightarrow x = \frac{pas}{2\pi} \cdot \theta$

$\Rightarrow V = \frac{pas}{2\pi} \cdot \omega_{21}$

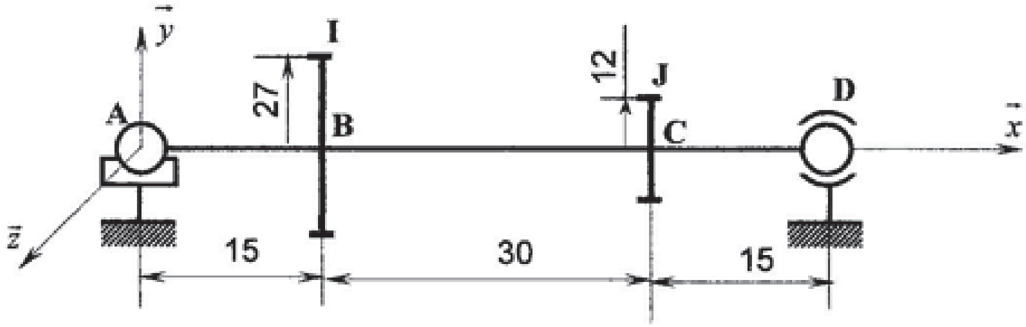
$= \frac{pas}{2\pi} \times \frac{\pi \times N_{21}}{30}$

A.N $V = \frac{60}{2\pi} \times \frac{\pi \times 250}{30} = 250\ mm/s$

$\Rightarrow \boxed{V = 0,25\ m/s}$

B-2/ Dimensionnement de l'arbre (24)

1) Le pignon arbré **(24)** est assimilé à une poutre circulaire pleine. Ce dernier est modélisé par la figure suivante.



L'arbre est soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes, respectivement à l'entrée et à la sortie :

- *l'action du pignon arbré (4) sur (24) en I :* $\{\tau_2\}_I = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -385{,}8 & 0 \\ 1060 & 0 \end{Bmatrix}_I$

- *L'action de (9) sur (24) en J :* $\{\tau_3\}_J = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -868 & 0 \\ -2385 & 0 \end{Bmatrix}_J$

On donne : $R_e = 300\ MPa$ et le *Cœfficient de sécurité* $s = 2$.

I) En étudiant l'équilibre statique de la poutre, vérifier que les torseurs des efforts de liaisons aux points A et D sont : $\{\tau_1\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 506{,}35 & 0 \\ -198{,}75 & 0 \end{Bmatrix}_A$ et $\{\tau_4\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 747{,}45 & 0 \\ 1523{,}75 & 0 \end{Bmatrix}_D$

$\{\tau_1\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_A$ et $\{\tau_4\}_D = \begin{Bmatrix} X_D & 0 \\ Y_D & 0 \\ Z_D & 0 \end{Bmatrix}_D$

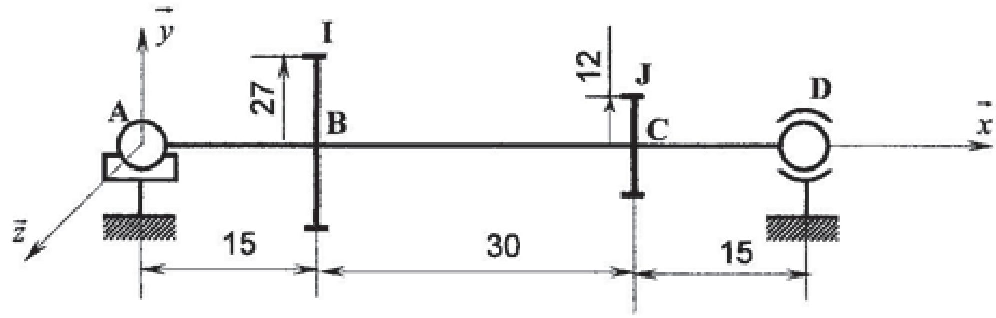
Transformation des torseurs au pt D

$$\{\tau_1\}_D = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ Y_A \\ Z_A \end{matrix} \middle| \begin{pmatrix} -60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} \right\}_D = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ Y_A \\ Z_A \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0 \\ 60\ Z_A \\ -60\ Y_A \end{matrix} \right\}_D$$

$$\{\tau_2\}_D = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ -385{,}8 \\ 1060 \end{matrix} \middle| \begin{pmatrix} -45 \\ 27 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -385{,}8 \\ 1060 \end{pmatrix} \right\}_D = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ -385{,}8 \\ 1060 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 28620 \\ 47700 \\ 17361 \end{matrix} \right\}_D$$

B-2/ Dimensionnement de l'arbre (24)

1) Le pignon arbré **(24)** est assimilé à une poutre circulaire pleine. Ce dernier est modélisé par la figure suivante.



L'arbre est soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes, respectivement à l'entrée et à la sortie :

- *l'action du pignon arbré (4) sur (24) en I :* $\{\tau_2\}_I = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -385{,}8 & 0 \\ 1060 & 0 \end{Bmatrix}_I$
- *L'action de (9) sur (24) en J :* $\{\tau_3\}_J = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -868 & 0 \\ -2385 & 0 \end{Bmatrix}_J$

On donne : *R_e=300 MPa* et le *Cœfficient de sécurité* $s = 2$.

1) En étudiant l'équilibre statique de la poutre, vérifier que les torseurs des efforts de liaisons aux points A et D sont : $\{\tau_1\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 506{,}35 & 0 \\ -198{,}75 & 0 \end{Bmatrix}_A$ et $\{\tau_4\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 747{,}45 & 0 \\ 1523{,}75 & 0 \end{Bmatrix}_D$

$\{\tau_1\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_A$ et $\{\tau_4\}_D = \begin{Bmatrix} X_D & 0 \\ Y_D & 0 \\ Z_D & 0 \end{Bmatrix}_D$

Transformation des torseurs au pt D

$\{\tau_1\}_D = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ Y_A \\ Z_A \end{matrix} \middle| \begin{pmatrix} -60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} \right\}_D = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ Y_A \\ Z_A \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0 \\ 60\, Z_A \\ -60\, Y_A \end{matrix} \right\}_D$

$\{\tau_2\}_D = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ -385{,}8 \\ 1060 \end{matrix} \middle| \begin{pmatrix} -45 \\ 27 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -385{,}8 \\ 1060 \end{pmatrix} \right\}_D = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ -385{,}8 \\ 1060 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 28620 \\ 47700 \\ 17361 \end{matrix} \right\}_D$

$$\{\mathcal{T}_3\}_D = \begin{Bmatrix} 0 \\ -868 \\ -2385 \end{Bmatrix} \left| \begin{pmatrix} -15 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -868 \\ -2385 \end{pmatrix} \right\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & -28620 \\ -868 & -35775 \\ -2385 & 13020 \end{Bmatrix}_D$$

L'équilibre de l'arbre (2,4) : $\sum \{\mathcal{T}\}_D = \{0\}$

$\Rightarrow$ (1) $0 + 0 + 0 + X_D = 0$

(2) $Y_A - 385{,}8 - 868 + Y_D = 0$

(3) $Z_A + 1060 - 2385 + Z_D = 0$

(4) $0 + 28620 - 28620 + 0 = 0$

(5) $60\, Z_A + 47700 - 35775 + 0 = 0$

(6) $-60\, Y_A + 17361 + 13020 + 0 = 0$

(1) $\Rightarrow$ $\boxed{X_D = 0}$; (6) $\Rightarrow$ $Y_A = \dfrac{17361 + 13020}{60}$

$\boxed{Y_A = 506{,}35}$

(2) $\Rightarrow$ $Y_D = 385{,}8 + 868 - Y_A$

$= 385{,}8 + 868 - 506{,}35 = 747{,}45$

$\boxed{Y_D = 747{,}45}$

(5) $\Rightarrow$ $Z_A = \dfrac{35775 - 47700}{60} = -198{,}75$

$\boxed{Z_A = -198{,}75}$

(3) $\Rightarrow$ $Z_D = 2385 - 1060 - Z_A$

$= 2385 - 1060 + 198{,}75$

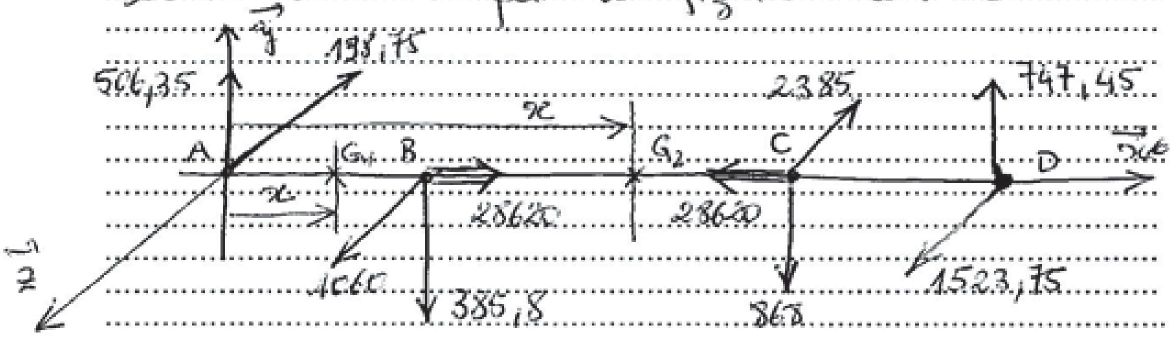
$\boxed{Z_D = 1523{,}75}$

$\Rightarrow$ $\{\mathcal{T}_1\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 506{,}35 & 0 \\ -198{,}75 & 0 \end{Bmatrix}_A$

$\{\mathcal{T}_4\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 747{,}45 & 0 \\ 1523{,}75 & 0 \end{Bmatrix}_D$

2) Déterminer le torseur des efforts de cohésion le long de la ligne moyenne de la poutre.

Les actions mécaniques exercées sur l'arbre (24) sont modélisées par la figure suivante :



* Coupure entre A et B $\quad 0 \le x_{G_1} \le 15$ (mm)

$$\left\{\mathcal{T}^{coh}_{2_0/2_G}\right\}_{G_1} = -\left\{\begin{array}{c}0\\506,35\\-198,75\end{array}\middle|\begin{pmatrix}-x\\0\\0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}0\\506,35\\-198,75\end{pmatrix}\right\}_{G_1}$$

$$= -\left\{\begin{array}{c|c}0 & 0\\506,35 & -198,75x\\-198,75 & -506,35x\end{array}\right\}_{G_1}$$

$$= \left\{\begin{array}{c|c}0 & 0\\-506,35 & 198,75x\\198,75 & 506,35x\end{array}\right\}_{G_1}$$

* Coupure entre B et C $\quad 15 \le x_{G_2} \le 45$ (mm)

$$\left\{\mathcal{T}^{coh}_{2_0/2_G}\right\}_{G_2} = -\left\{\begin{array}{c}0\\120,55\\861,25\end{array}\middle|\begin{pmatrix}28620\\-198,75x\\-506,35x\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}15-x\\0\\0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}0\\-335,8\\1060\end{pmatrix}\right\}_{G_2}$$

$$= -\left\{\begin{array}{c|c}0 & 28620\\120,55 & -198x-1060(15-x)\\861,25 & -506,35x-335,8(15-x)\end{array}\right\}_{G_2}$$

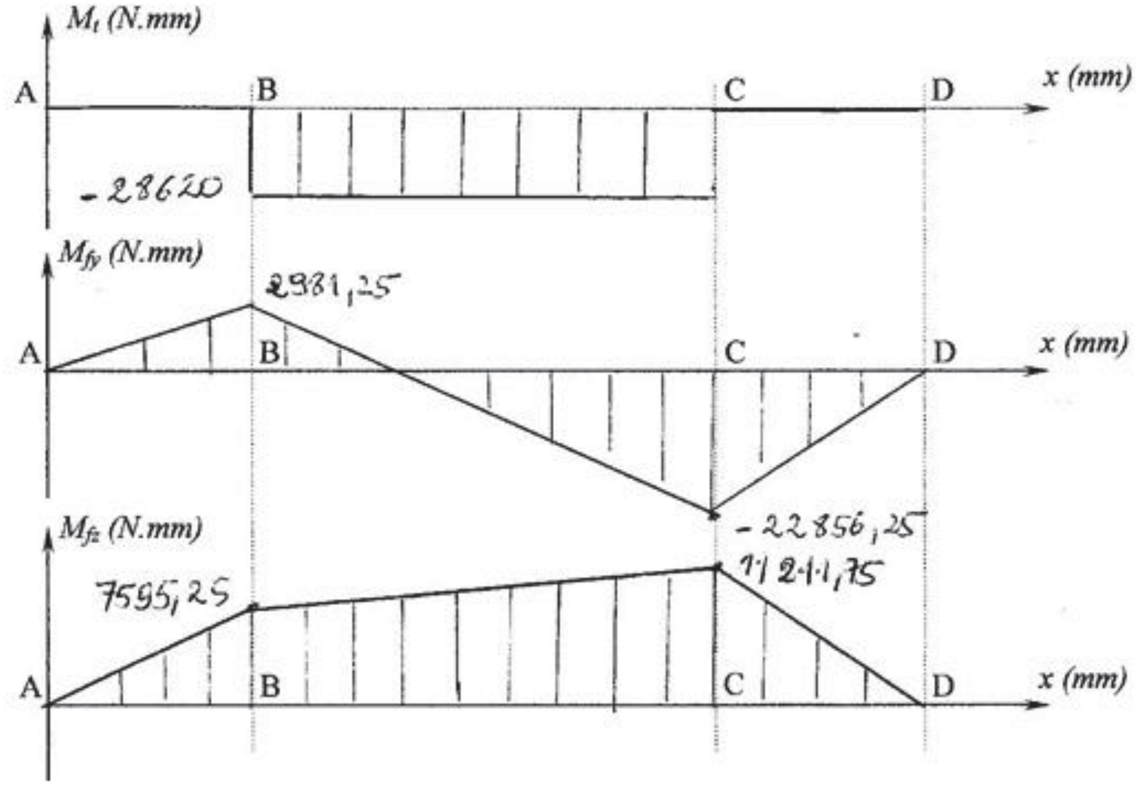
$$= \left\{\begin{array}{c|c}0 & -28620\\-120,55 & -861,25x+15900\\-861,25 & 120,55x+5787\end{array}\right\}_{G_2}$$

$*$ Coupure entre C et D $\quad 45 \leq x_{G_3} \leq 60$

$$\left\{\mathcal{T}^{coh}_{\Sigma_G/\Sigma_D}\right\}_{G_3} = \left\{\begin{matrix} 0 \\ 747{,}45 \\ 1523{,}75 \end{matrix} \middle| \begin{pmatrix} 60-x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 747{,}45 \\ 1523{,}75 \end{pmatrix} \right\}_{G_3}$$

$$= \left\{\begin{matrix} 0 \\ 747{,}45 \\ 1523{,}75 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0 \\ -1523{,}75\,(60-x) \\ 747{,}45\,(60-x) \end{matrix} \right\}_{G_3}$$

3) Tracer les diagrammes des moments de flexion et du moment de torsion le long de la ligne moyenne de la poutre.



4) Dans la section la plus sollicitée, déterminer le diamètre minimal de la poutre pour que la condition de résistance soit vérifiée, (Utiliser le critère de Von-Misess).

La section la plus sollicitée est en C

type de sollicitation : Torsion + flexion

$$\sigma_{éq} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad \text{Critère de Von Misess}$$

avec $\sigma = \dfrac{Mf_{max}}{\frac{I_{Gz}}{v}} = \dfrac{32 \cdot Mf_{max}}{\pi \cdot d^3}$

$$\tau = \frac{|Mt|_{max}}{\frac{I_o}{v}} = \frac{16 \cdot |Mt|_{max}}{\pi \cdot d^3}$$

$$Mf_{max} = \sqrt{Mf_{y\,max}^2 + Mf_{z\,max}^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_{éq} = \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{Mf_{y\,max}^2 + Mf_{z\,max}^2 + 0{,}75\, Mt_{max}^2}$$

Condition de résistance : $\sigma_{éq} \leq \dfrac{Re}{s}$

$$\Rightarrow \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{Mf_{y\,max}^2 + Mf_{z\,max}^2 + 0{,}75\, Mt_{max}^2} \leq \frac{Re}{s}$$

$$\Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \times s}{\pi\, Re} \sqrt{Mf_{y\,max}^2 + Mf_{z\,max}^2 + 0{,}75\, Mt_{max}^2}}$$

A.N

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \times 2}{\pi \times 300} \sqrt{(22856{,}25)^2 + (11211{,}75)^2 + 0{,}75\,(28620)^2}}$$

$$d \geq 13{,}41$$

On prend $\boxed{d = 14 \text{ mm}}$