Devoir de Contrôle

Signaux et Systèmes Linéaires

Filière : 1ère Année Licence en Génie Electrique – Année universitaire 2013-2014 – Semestre 2
Durée : 1H
Nombre de pages : 2
Documents et calculatrices : Non autorisés
Enseignants : Mr Nizar TOUJENI, Mme Yosra RKHISSI KAMMOUN, Mr Adel SAID

N.B :

Il sera tenu compte de la lisibilité et la clarté des solutions proposées ainsi que de la présentation et la qualité de la rédaction.

Exercice 01 : (10 points)

Soit f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(t)=0 \text{ pour } t<0 \\ f''(t)+2f'(t)+2f(t)=e^{-t} \text{ pour } t>0 \\ f(0)=1 \text{ et } f'(0)=0 \end{cases}$$

Nous allons utiliser la transformée de Laplace pour résoudre cette équation différentielle. Pour cela, nous admettons que f et ses dérivées premières et seconde admettent des transformées de Laplace. On note F la transformée de f ($F(p)=L\left[f(t)\right]$).

1. a. Calculer en fonction de $F(p)$:

$$L\left[f''(t)\right],\ L\left[f'(t)\right] \text{et } L\left[f''(t)+2f'(t)+2f(t)\right]$$

b. Calculer $L\left[e^{-t}U(t)\right]$ où U est l'échelon unité.

2. En déduire $F(p)$.

3. a. Vérifier que $\dfrac{1}{(p+1)\left(p^2+2p+2\right)}=\dfrac{1}{p+1}-\dfrac{p+1}{p^2+2p+2}$

b. Puis montrer que $F(p)=\dfrac{1}{p+1}+\dfrac{1}{(p+1)^2+1}$

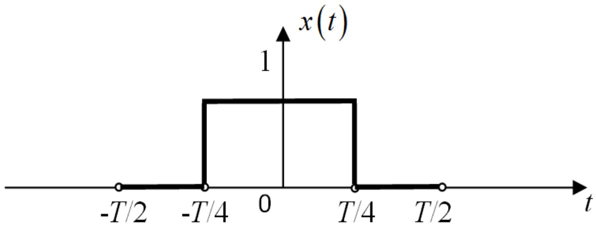
4. Déduire du résultat précédent l'expression de $f(t)$ pour t positif.

On donne :

$f(t)$	$F(p)$
e^{at}	$\frac{1}{p-a}$
$e^{at}.\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(p-a)^2+\omega^2}$

<u>Exercice 02 :</u> (10 points)

On considère un signal carré <u>périodique</u> $x(t)$ de période T représentée ci-dessous pour $t \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$:



On rappelle qu'un signal périodique non sinusoïdal $x(t)$ de période T peut s'écrire sous la forme d'un *développement en série de Fourier* :

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi nft) + a_n \sin(2\pi nft)$$

Avec :

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)\,dt \text{ et } \forall n \geq 1 \text{ : } a_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)\cos(2\pi nft)\,dt \text{ , } b_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)\sin(2\pi nft)\,dt$$

1. Etudier la parité du signal $x(t)$.

2. Chercher les coefficients de fourrier pour le signal $x(t)$.

3. Donner alors la décomposition en série de Fourrier du signal $x(t)$.

4. Donner la représentation spectrale d'amplitude du signal $x(t)$.