

## Examen : MATHS I

1<sup>ère</sup> Année L.F.G

Durée : 2 heures

**Exercice 1 :**

Chercher les extrémums (en précisant leur nature) de  $f(x, y) = (x - y)^2$  sous la contrainte  $g(x, y) = y + x^2 - 2 = 0$

**Exercice 2 :**

Soit  $f(x, y) = \sqrt{y - xy} + 2y - x + 8$

- 1) Déterminer et représenter le domaine de  $f$ .
- 2) Montrer que l'équation  $f(x, y) = 0$  permet de définir une fonction implicite  $g$  au voisinage du point  $(-4, 2)$ .
- 3) Calculer le développement limité de  $g$  au voisinage de  $(-4, 2)$  à l'ordre 1.

**Exercice 3 :**

Soit  $f(x, y) = x^2 + y^2 - \ln(2x - y)$ .

**Partie A :**

- 1) Déterminer et représenter le domaine de  $f$ .
- 2) Chercher les points critiques de  $f$ .
- 3) a) Étudier la convexité de  $f$  sur son domaine de définition.  
b) En déduire les extrémums de  $f$ .

**Partie B :**

On se place au point  $A = (2; 3; 1.3)$

- 1) Déterminer l'équation du plan tangent au point  $A$  et préciser sa position par rapport à la surface représentative de  $f$ .
- 2) Calculer la variation relative de  $f$  si  $x$  augmente de 5% à partir de 2 et  $y$  diminue de 5% à partir de 3.