

Chapitre 1: Intérêt simple :

Resumé Maths fin: Les opérations financières à court terme :

I. Les notions de base :

Intérêt → Remunération d'un prêt d'argent
→ Prix payé par l'emprunteur au prêteur
→ la rémunération d'un service.

Les facteurs essentiels qui déterminent le montant de l'intérêt :

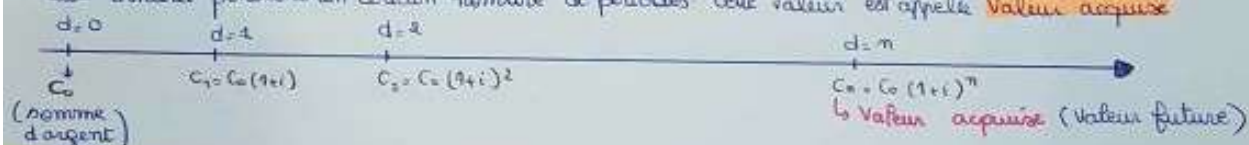
- le capital prêté
- la durée du placement
- le taux auquel le prêt est accordé

Les raisons de l'utilisation de l'intérêt :

- la privatisation de la consommation
- le risque encouru
 - l'inflation
 - l'insolvabilité de l'emprunteur.

II. La capitalisation et l'actualisation :

La **capitalisation** : c'est une opération qui nous donne la **valeur future** d'une somme C_0 placée à un taux d'intérêt pendant un certain nombre de périodes. Cette valeur est appelée **Valeur acquise**.



L'actualisation



Quel est le montant à placer aujourd'hui à un taux i pour avoir C_n après n périodes ?
est l'opération inverse de la capitalisation ou l'opération selon laquelle on obtient la **valeur actuelle** C_0 à partir d'une **valeur future** C_n .

Mots clés :

la **valeur acquise** = la valeur à recevoir = la valeur future = la valeur définitive = la **valeur avec intérêt**.

V_n : on le cherche toujours si le remboursement est par annuité.

C_n : si le remboursement est global.

$$C_n = C_0 (1+i)^n$$

la **valeur actuelle** = la valeur initiale = **sans intérêt**

V_0 : toujours si le remboursement s'effectue par annuité (en tranche)

C_0 : la valeur actuelle si le remboursement s'effectue en montant global.

$$C_0 = C_n (1+i)^{-n}$$

III - Intérêt : l'intérêt simple est **proportionnel au capital prêté ou emprunté**.

Il est versé en une seule fois, soit au début de l'opération, soit à la fin du remboursement.

Il concerne les opérations de court terme.

C : le capital prêté ou emprunté

n : la durée du placement

E : le taux d'intérêt annuel

I : le montant de l'intérêt à calculer

V : la valeur acquise par le capital.

$$I = C \times E \times n$$

$$V = C_0 = C_0 + I$$

$$I = C \times i \times \frac{n}{36000} \text{ (jours)}$$

$$I = C \times i \times \frac{n}{12} \text{ (mois)}$$

$$I = C \times i \times \frac{n}{1} \text{ (années)}$$

le taux moyen de placement = $i = \frac{\sum n \times i \times C}{\sum n \times C}$

lorsque l'intérêt est versé à la fin de la période, il est dit **postcompté**

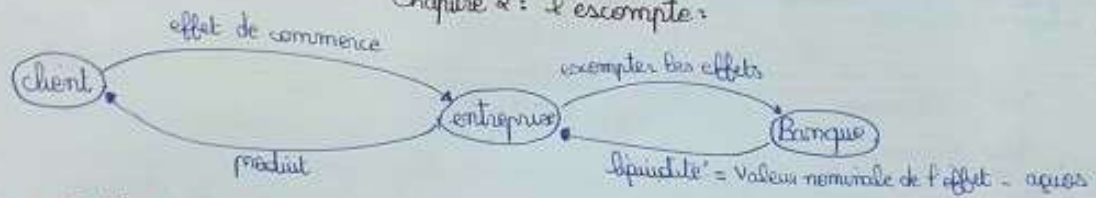
lorsque l'intérêt est versé au début de la période, il est dit **précompté**

$$\text{taux précompté} = \frac{\text{taux postcompté}}{1 + \text{taux postcompté} \times n}$$

$$\text{taux postcompté} = \frac{\text{taux précompté}}{1 + \text{taux précompté} \times n}$$

$$\text{taux effectif} = \frac{\text{taux}}{1 - \text{taux} \times n}$$

Chapitre 2 : l'escompte :



c'est une **opération de crédit** par laquelle, la banque transforme une créance matérialisée par un effet de commerce en liquidité au profit de son client, avant son échéance.

La banque crédite ainsi le compte de l'entreprise du montant de l'effet escompté diminué des agios.

On distingue deux types de l'escompte :

L'escompte commerciale qui est calculée en se basant sur la **valeur nominale de l'effet**.

L'escompte rationnelle qui est calculée en se basant sur la **somme effectivement prêtée par la banque**.

L'escompte commerciale : calculée en se basant sur la **valeur nominale**.

V : la valeur nominale de l'effet.

t : taux d'escompte annuel

n : durée de l'escompte : nbr de jours entre la date de négociation et la date de l'échéance.

e : l'escompte commerciale (intérêt simple)

a : **valeur actuelle commerciale** (somme effectivement prêtée par la banque)

$$V = e + a$$

$$e = V \times t \times \frac{n}{360}$$

$$a = V - e = V - V \times t \times \frac{n}{360}$$

$$\Rightarrow a = V \left(1 - t \times \frac{n}{360} \right)$$

Soit un diviseur $D = \frac{360}{t}$

$$\Rightarrow e = \frac{V \times n}{D}$$

$$a = V \left(1 - \frac{n}{D} \right)$$

L'escompte rationnelle : c'est l'intérêt calculé sur la **somme effectivement prêtée par la banque** $\Rightarrow$ la **valeur actuelle rationnelle**.

e' : l'escompte rationnelle

a' : la valeur actuelle rationnelle

n : la durée de l'escompte

t : taux de l'escompte

V : Valeur nominale de l'escompte

Soit le diviseur $D = \frac{360}{t}$

$$\Rightarrow e' = \frac{a' \times n}{D}$$

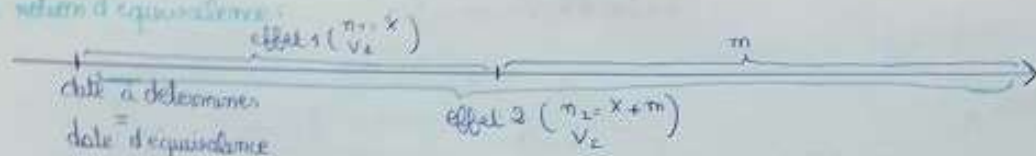
$$a' = \frac{V \times D}{n + D}$$

$$e' = a' \times t \times \frac{n}{360}$$

$$V = e' + a' = a' \times t \times \frac{n}{360} + a' \Rightarrow V = a' \left(1 + t \times \frac{n}{360} \right)$$

$$a' = \frac{V \times 360}{t \times n + 360}$$

La date d'équivalence:



jour de négociation < date d'équivalence < la date d'échéance du 1^{er} effet.

Exemples: Soient deux effets de sommes différentes et d'échéances différentes escomptés au même taux. Ces deux effets sont équivalents à une date déterminée, lorsque à cette date, les deux effets ont la même valeur actuelle.

La date d'équivalence: $a_1 = a_2$

$$\frac{V_1(D - n_1)}{D} = \frac{V_2(D - n_2)}{D} \Rightarrow V_1(D - X) = V_2(D - X - m)$$

$$\Rightarrow V_1 D - V_1 X = V_2 D - V_2 X - V_2 m$$

$$X(V_2 - V_1) = V_2 D - V_1 D - V_2 m$$

$$\Rightarrow X(V_2 - V_1) = D(V_2 - V_1) - V_2 m$$

$$X = D - \frac{V_2 m}{V_2 - V_1} \text{ échéance du 1^{er} effet}$$

Remplacement d'un effet:

- on veut remplacer un effet principal de valeur V_1 et d'échéance n_1 par un effet de valeur V_2 et d'échéance n_2
- les deux effets ont le même taux d'escompte
- Pour ce faire, il faut que la valeur actuelle de l'effet de remplacement soit égale à la valeur actuelle de l'ancien effet.
- Il faut que $a_1 = a_2$

Il y a deux cas possibles

1^{er} cas:

L'échéance n_2 de l'effet de remplacement est déterminée

+ On doit donc chercher V_2 .

$$a_1 = a_2$$

$$\Rightarrow \frac{V_1(D - n_1)}{D} = \frac{V_2(D - n_2)}{D}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{V_1(D - n_1)}{D - n_2}$$

2^{ème} cas:

Nous avons V_2 et on doit chercher n_2 .

$$a_1 = a_2 \Rightarrow \frac{V_1(D - n_1)}{D} = \frac{V_2(D - n_2)}{D}$$

$$\Rightarrow V_1(D - n_1) = V_2(D - n_2)$$

$$\Rightarrow n_2 = \frac{D(V_1 - V_2) + V_1 n_1}{V_2}$$

Échéance moyenne de deux ou plusieurs effets: on appelle échéance moyenne, la date à laquelle plusieurs effets à échéances différentes escomptés au même t peuvent être remplacés par un seul effet équivalent dont la valeur = la somme des valeurs nominales des effets données à une date déterminée de la valeur actuelle de l'effet de remplacement = la somme des valeurs actuelles des différents effets.

on a $a = \sum a_i$ sachant que $V = \sum V_i$, on veut trouver l'échéance de l'effet de remplacement n

$$\frac{V(D - n)}{D} = \frac{\sum V_i(D - n_i)}{D} \Rightarrow \sum V_i(D - n_i) = \sum V_i(D - n)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\sum V_i n_i}{\sum V_i}$$

Suit de l'escompte : constituée par l'ensemble des prélèvements effectués par le banquier, se comprend :

- l'escompte (e) : $e = \frac{2v \cdot t \cdot m}{360}$ pour t effectifs

coût de l'escompte = $e + c + TVA$

- les commissions : la banque centrale autorise les banques à retenir des commissions sur l'escompte des effets de commerce. Les commissions peuvent être fixes ou variables en fonction de la valeur de l'effet de commerce.

- la TVA : les commissions sont soumises à la TVA aux taux de 18 %.

① coût de l'escompte = $e + c + TVA$

ceci nous permet de définir le taux de revient (TR)

② coût de l'escompte = $\frac{TR \times \text{Valeur Nette} \times n}{360}$

la valeur nette représente la valeur finale reçue après les différents prélèvements.

Valeur nette = Valeur nominale - coût de l'escompte

① et ② $\Rightarrow e + c + TVA = \frac{TR \times V_{\text{Nette}} \times n}{360}$

$$\Rightarrow TR = \frac{360 (e + c + TVA)}{V_{\text{Nette}} \times n}$$

Les opérations financières à long terme

L'intérêt composé :

Notions de base :

Un capital est dit placé à intérêt composé, lorsque à la fin de chaque période de placement, les intérêts sont ajoutés au capital pour générer d'autres intérêts à la fin de la période suivante, on parle alors d'une capitalisation des intérêts.

Phénomène de capitalisation :

$$\text{Valeur acquise : } C_n = C_0 (1+i)^n$$

Phénomène d'actualisation :

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

i : taux d'intérêt annuel à une période

C_0 : capital initialement placé au début de période

n : nombre de périodes de placement

C_n : capital obtenu à la fin de la période

taux périodique proportionnel = $\frac{\text{taux annuel}}{\text{périodicité}}$

taux annuel proportionnel = $\text{taux périodique} \times \text{périodicité}$

Taux équivalents :

Le taux périodique i_p est équivalent au taux annuel i_a si au bout de n années, les 2 taux donnent pour un capital C_0 la même valeur acquise.

$$i_a = (1+i_p)^n - 1$$

taux annuel

$$i_p = (1+i_a)^{\frac{1}{n}} - 1$$

taux périodique