- b- Déterminer le coût de production de 10 unités de A.
- 2) Déterminer la variation du coût si l'on produisait un dixième d'unité supplémentaire.
(Faire un calcul exact et un calcul approché) à partir de $q=10$.
- 3) On se place toujours au niveau de $q=10$. Calculer une valeur exacte et une valeur approchée de la variation relative du coût lorsqu'on augmente la production de (2%).
- 4) Déterminer la variation relative de la production sachant que le coût a diminué de 1,5% à partir de $q=10$ (faire un calcul approché).

Exercice n°5

Soient : $f(x) = x \ln x$; $g(x) = \sqrt{x}$ et $h(x) = -\ln x$.

- 1) a- Montrer que f est convexe sur son domaine de définition puis déduire que :

$$\forall x > 0 \quad x \ln x \geq x - 1$$

b- Montrer que $\forall (a, b) \in \mathbb{R}_+^{*2}$ on a $\ln\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \frac{a}{a+b} \ln a + \frac{b}{a+b} \ln b$.

- 2) a- Montrer que g est concave sur $]0, +\infty[$ puis $\forall x \in \mathbb{R}_+^{*2}$ on a $\left(\sqrt{x} \leq \frac{x+1}{2}\right)$.

b- Montrer que h est convexe sur $]0, +\infty[$ puis étudier la convexité et la concavité de h^2 sur $]0, +\infty[$.

Exercice n°6

Un produit est fabriqué en quantité q ; le coût moyen (par unité produite) résultant de cette fabrication est donné par $C_M(q) = \ln\left(\frac{1}{3}q^3 - 15q^2 + 200q + 1\right)$ si $q > 0$.

Trouver q à fabriquer pour minimiser le coût moyen.

Exercice n°7

Soient $f(x) = \ln(1 + \ln x)$ et $g(x) = \frac{1}{e^x \sqrt{1-x}}$.

- 1) a- Déterminer le $DL_2(1)$ de f .
b- Déduire l'équation de la tangente à (C) de f au point d'abscisse 1 et sa position avec (C) .

c- Déterminer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(1+\ln x) - (x-1)}{(x-1)^2}$

- 2) a- Donner le $DL_2(0)$ de g

b- Déduire l'équation de la tangente à (C') de g au point d'abscisse 0 ainsi que sa position avec (C') .

c- Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{1}{e^x \sqrt{1-x}} - 1 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x^2}{x^2} \right)$.