N.B/ (Il sera tenu compte de la présentation de la copie et de la qualité de la rédaction. Les résultats devront être encadrés. Des points seront attribués en conséquence).

Barème approximatif de notation : [I/ 5 pts. II/ 5 pts. III/ 5 pts. IV/ 5 pts].

OHMMETRE A MULTIPLIEURS ANALOGIQUES

Dans ce problème on va étudier, de manière simplifiée, quelques éléments d'une chaîne de mesure de résistance. R_x est la résistance à mesurer (figure 1). Les amplificateurs opérationnels sont supposés parfaits, ils sont alimentés par une source symétrique +15 V, –15 V ; leurs tensions de saturations sont +15 V, –15 V. Les parties I, II, III, IV sont indépendantes.

I- OSCILLATEUR SINUSOIDAL (fig.2) :

I.1. L'interrupteur In est ouvert.

a/ Exprimer la fonction de transfert de la chaîne directe $\underline{A} = \underline{U_0}/\underline{U}$ en fonction de R_1 et R_2.

b/ Exprimer la fonction de transfert de la chaîne de retour $\underline{B} = \underline{U'}/\underline{U_0}$ en fonction de R, C et ω.

I.2. On ferme l'interrupteur In. La condition d'oscillation est donnée par $\underline{A}.\underline{B} = 1$.

a/ Quelle est la relation entre R_1 et R_2, pour que ce montage soit un oscillateur sinusoïdal ?

b/ Quelle est alors la fréquence d'oscillation en fonction de R et C ?

I.3. Application numérique : $R_1 = 50$ kΩ ; $R_3 = 50$ kΩ. Calculer R_2 et C_3 pour que le montage fournisse une tension sinusoïdale u_0 à 30 Hz.

II- MULTIPLIEURS (fig.3) :

Les multiplieurs sont des circuits analogiques qui produisent une tension de sortie qui est égale au produit des tensions d'entrées par une constante positive noté k, exprimée en V^{-1} (fig.3.a).

Les deux multiplieurs sont identiques et ils sont supposés parfaits : $i_x = i_y = 0$.

u_0 est la tension fournie par l'oscillateur tel que : $u_0(t) = U_{max}\sin(\omega t)$.

u_4 est la tension de sortie de l'intégrateur que l'on ne cherchera pas à exprimer pour l'instant.

R est une résistance connue ; R_x est la résistance à mesurer. On posera $X = R_x/R$.

II.1. <u>Pour le multiplieur n°1</u> :

a/ Donner l'expression de u_m en fonction de u_0, u_4 et k.

b/ Donner l'expression de i en fonction de u_0, u_m, R et $X = R_x/R$.

c/ Donner l'expression de u_1 en fonction de u_0, u_m et X.

d/ Donner l'expression de u_1 en fonction de u_0, u_4, X et k. Mettre u_1 sous la forme : $u_1 = u_0\dfrac{\alpha u_4 + X}{1+X}$. Donner l'expression de α.

II.2. Pour le multiplieur n°2 :

On suppose dans le II.2) que u_4 est une tension constante. On rappelle que $2\sin^2 a = 1 - \cos 2a$.

a/ Exprimer u_2 et la mettre sous la forme : $A\,(1 - \cos 2\omega t)$. Montrer que le terme constant A s'écrit : $A = \beta \dfrac{\alpha u_4 + X}{1+X}$. Exprimer alors β.

b/ Application numérique : $u_4 = 0$ V ; $k = 0{,}1\ V^{-1}$; $R = R_x$; $U_{max} = 5$ V ; $f = 30$ Hz. Calculer u_2.

III- FILTRE (fig.4) :

III.1. L'étude de ce montage conduit à écrire une fonction de transfert $\underline{T}$ de la forme :

$$\underline{T} = \frac{\underline{U}_3}{\underline{U}_2} = \frac{1}{1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + j\sqrt{2}\left(\dfrac{\omega_c}{\omega}\right)} \quad \text{avec} \quad \omega_c = \frac{1}{\sqrt{2}R_4C_4}$$

On donne $C_4 = 220$ nF, calculer R_4 pour avoir $f_c = \omega_c/2\pi = 6$ Hz.

III.2. Calculer le module T de $\underline{T}$ pour $\omega = 0$ et pour $\omega = 10\,\omega_c$.

III.3. La tension $u_2(t)$ est la somme d'une tension sinusoïdale d'amplitude 5 V, de fréquence 60 Hz et d'une tension constante de 5 V.

Quel est le nom du filtre ? Quelle est la nature de la tension u_3 ? Calculer numériquement $u_3(t)$.

IV- INTEGRATEUR (fig.5) :

IV.1. L'AO fonctionne linéairement. Exprimer $u_4(t)$ en fonction de u_3, R_5 et C_5.

IV.2. Pour cette question on suppose qu'à l'instant $t = 0$, $u_4 = 0$. Soit $R_5 = 10\ k\Omega$ et $C_5 = 100$ nF.

a/ $u_3(t) = 1$ V : Montrer que $u_4(t)$ est de la forme : $u_4(t) = a.t + b$. Préciser les valeurs numériques de a et b. Dans quel intervalle de temps cette équation est-elle valable ?

b/ $u_3(t) = 1$ V : Dessiner $u_4(t)$ pour t compris entre 0 et 20 ms.

c/ $u_3(t) = -1$ V : Dessiner $u_4(t)$ pour t compris entre 0 et 20 ms.

Bon Travail

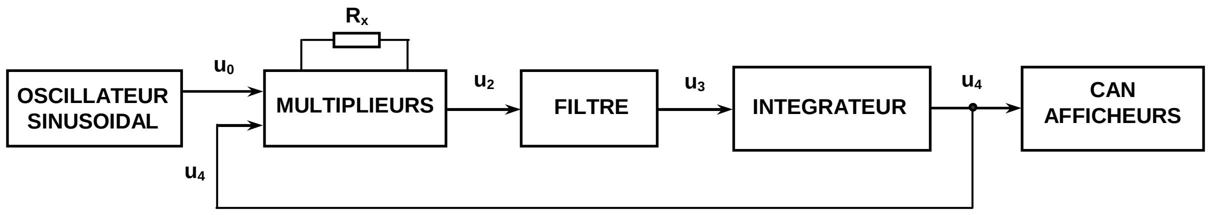

Figure 1

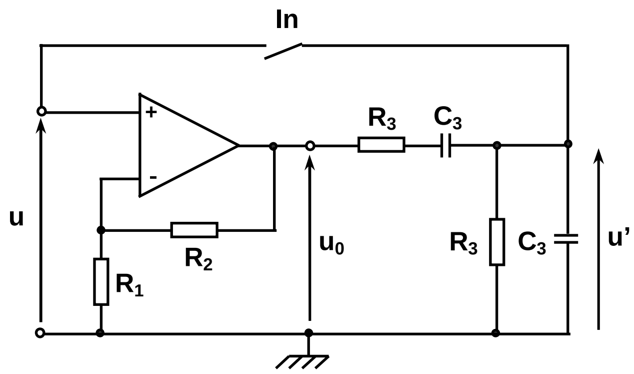

Figure 2

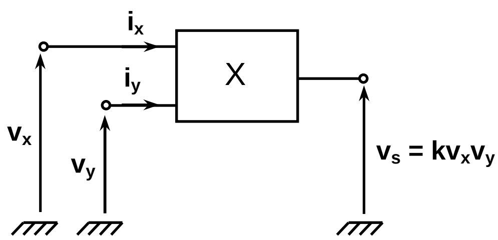

Figure 3.a

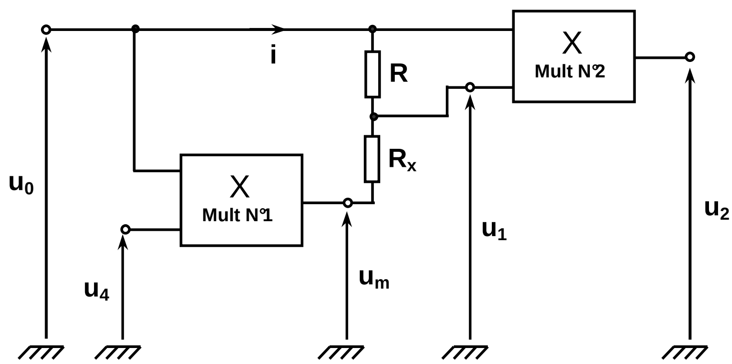

Figure 3.b

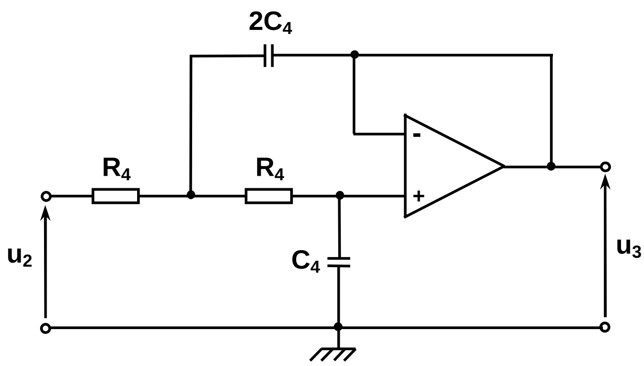

Figure 4

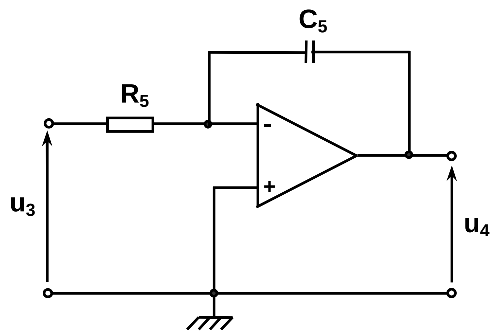

Figure 5