Institut Supérieur des Etudes Technologiques de Nabeul

Département de Génie Mécanique

EXAMEN DE MECANIQUE GENERALE

Année universitaire : 2010/2011. Date : le Janvier 2011

Classe : GM 11, 12, 13, 14,15 et 16. Nombre de pages : 5

Durée : 1 heure 30 mn. Documents : non autorisés.

Proposé par : S. Kalleli & M.Bouden & H.Amdouni & M.Jerbi

Dans le cadre du programme Eole 2005, de nombreuses éoliennes sont construites en Europe. La conception classique consiste à implanter tous les éléments mécaniques dans la nacelle **(voir figure1)**. Le rotor, où sont fixées les pâles, entraîne un générateur électrique. Une modélisation simplifiée du mécanisme est proposée sur la **figure 2**.

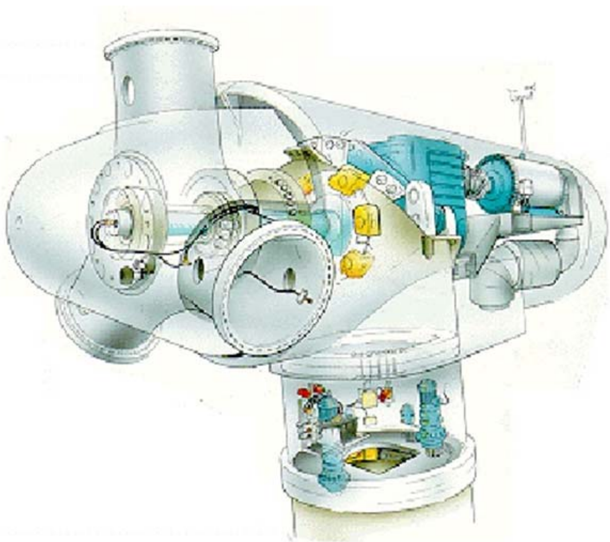

Figure 1 : Eolienne

Hypothèses et données :

- Toutes les liaisons définies sont géométriquement parfaites et sans frottement.
- Toutes les pièces sont de masses négligeables par rapport aux efforts mis en jeu.
- Toutes les distances sont exprimées **en millimètre** et les efforts **en Newton**.
- L'action de l'air sur le rotor est modélisable par un torseur d'action mécanique au point P :

$$\left\{\tau_{\left(air/_{rotor}\right)}\right\}_P = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{F} & \boldsymbol{M} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{Bmatrix}_{(P,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})} \qquad \boldsymbol{Avec} \begin{cases} \boldsymbol{F} > 0 \\ \boldsymbol{M} > 0 \end{cases}$$

- L'action du pignon (3) sur la roue (2) est modélisable par un torseur d'action mécanique au point K :

$$\left\{\tau\left(\overrightarrow{R_{3/_{roue(2)}}}\right)\right\}_K = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{F_T} & \mathbf{0} \\ -\boldsymbol{F_A} & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{F_R} & \mathbf{0} \end{Bmatrix}_{(K,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{F_T} & \mathbf{0} \\ -\boldsymbol{F_T tg\beta} & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{F_T \frac{tg\alpha}{cos\beta}} & \mathbf{0} \end{Bmatrix}_{(K,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})}$$

Les paramètres d'entrées sont :

Action de l'air sur le rotor : $\boldsymbol{F = 8735\ N}$

Le couple est $\boldsymbol{M = 4526\ 10^3\ N\ mm}$

Les caractéristiques des engrenages sont :

Engrenage à denture hélicoïdale en K : $D_2 = 204$

$D_{31} = 48$

$\alpha = 20\,°$

$\beta = 18\,°$

Engrenage à denture hélicoïdale en L : $D_{32} = 292$

$D_4 = 66$

$\alpha_1 = 20\,°$

$\beta_1 = 12°$

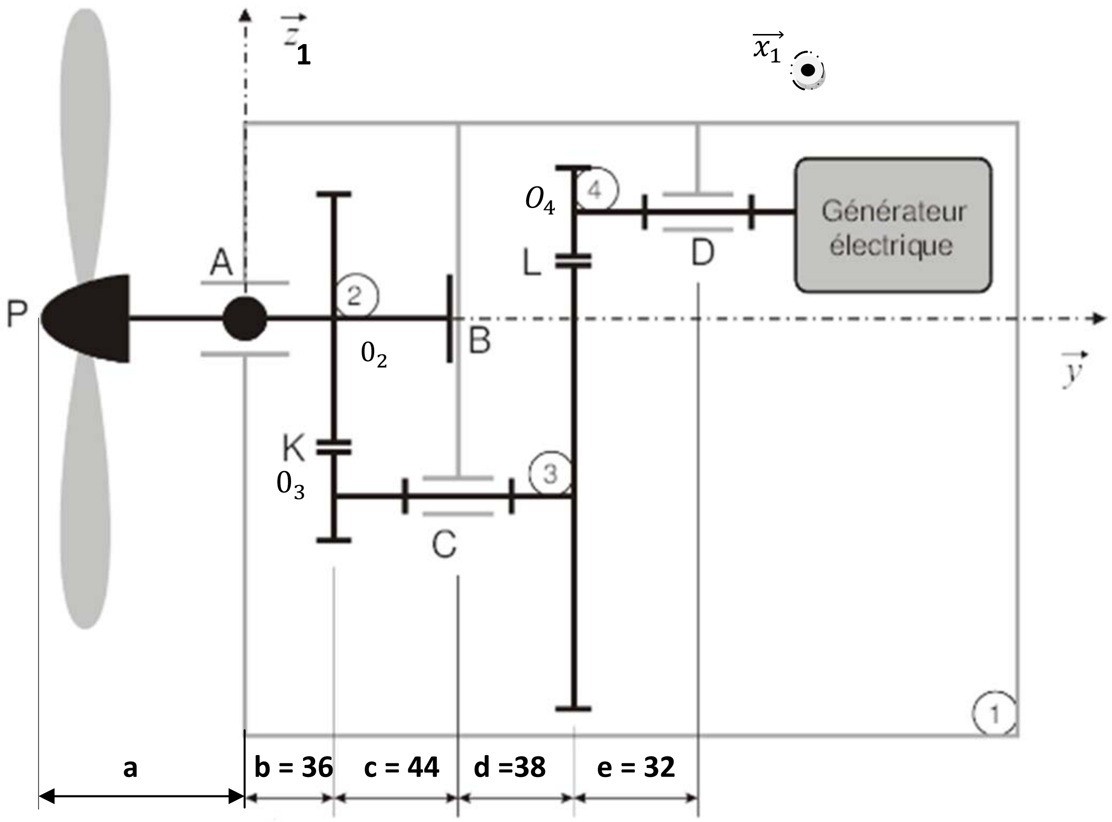

Figure2 : modélisation de l'éolienne.

Remarque : les deux parties d'étude (statique et cinématique) sont indépendantes.

I. ETUDE STATIQUE : (13 points)

Détermination des inconnues statiques au niveau des liaisons.

Dans cette étude statique on va isoler **l'ensemble (2) =** $\{\boldsymbol{rotor} + \boldsymbol{arbre} + \boldsymbol{roue}\ (\boldsymbol{2})\}$

- **Equilibre de l'ensemble (2).**

1) Faire le bilan des actions mécaniques appliquées sur **l'ensemble (2).**

2) Déterminer les torseurs statiques, à leurs points d'application, respectivement au niveau de la **liaison linéaire annulaire d'axe** $(\boldsymbol{A}, \overrightarrow{\boldsymbol{y_1}})$ et au niveau de la **liaison appui plan de normal** $(\boldsymbol{B}, \overrightarrow{\boldsymbol{y_1}})$

3) Transférer tous les torseurs statiques au **point B**, sachant que :

$$\overrightarrow{\boldsymbol{BP}} = -(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})\overrightarrow{\boldsymbol{y_1}}\ ;\ \overrightarrow{\boldsymbol{BA}} = -(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})\overrightarrow{\boldsymbol{y_1}}\ ;\ \overrightarrow{\boldsymbol{BK}} = -\boldsymbol{c}\,\overrightarrow{\boldsymbol{y_1}} - \frac{\boldsymbol{D_2}}{\boldsymbol{2}}\overrightarrow{\boldsymbol{z_1}}\ ;$$

4) Appliquer le principe fondamental de la statique et déterminer numériquement $\boldsymbol{F_T}$ **,** ainsi que les inconnues statiques au niveau de la liaison linéaire annulaire d'axe $(A, \overrightarrow{y_1})$ et la liaison appui plan de normale $(B, \overrightarrow{y_1})$.

II. ETUDE CINEMATIQUE: (7 points)

Détermination de la loi entrée/sortie du mécanisme.

Paramétrage du mécanisme (Figure 3).

On considère les repères orthonormés directs suivants :

- $R_1\left(A, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1}\right)$: repère absolu (fixe) lié au bâti (1)
- $R_2(0_2, \vec{x}_2, \vec{y}, \vec{z}_2)$: repère mobile lié à (2) ; $Avec \quad \theta_2 = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_2})$
- $R_3(0_3, \vec{x}_3, \vec{y}, \vec{z}_3)$: repère mobile lié à (3) ; $Avec \quad \theta_3 = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_3}) = (\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_3})$
- $R_4(0_4, \vec{x}_4, \vec{y}, \vec{z}_4)$: repère mobile lié à (4) ; $Avec \quad \theta_4 = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_4}) = (\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_4})$

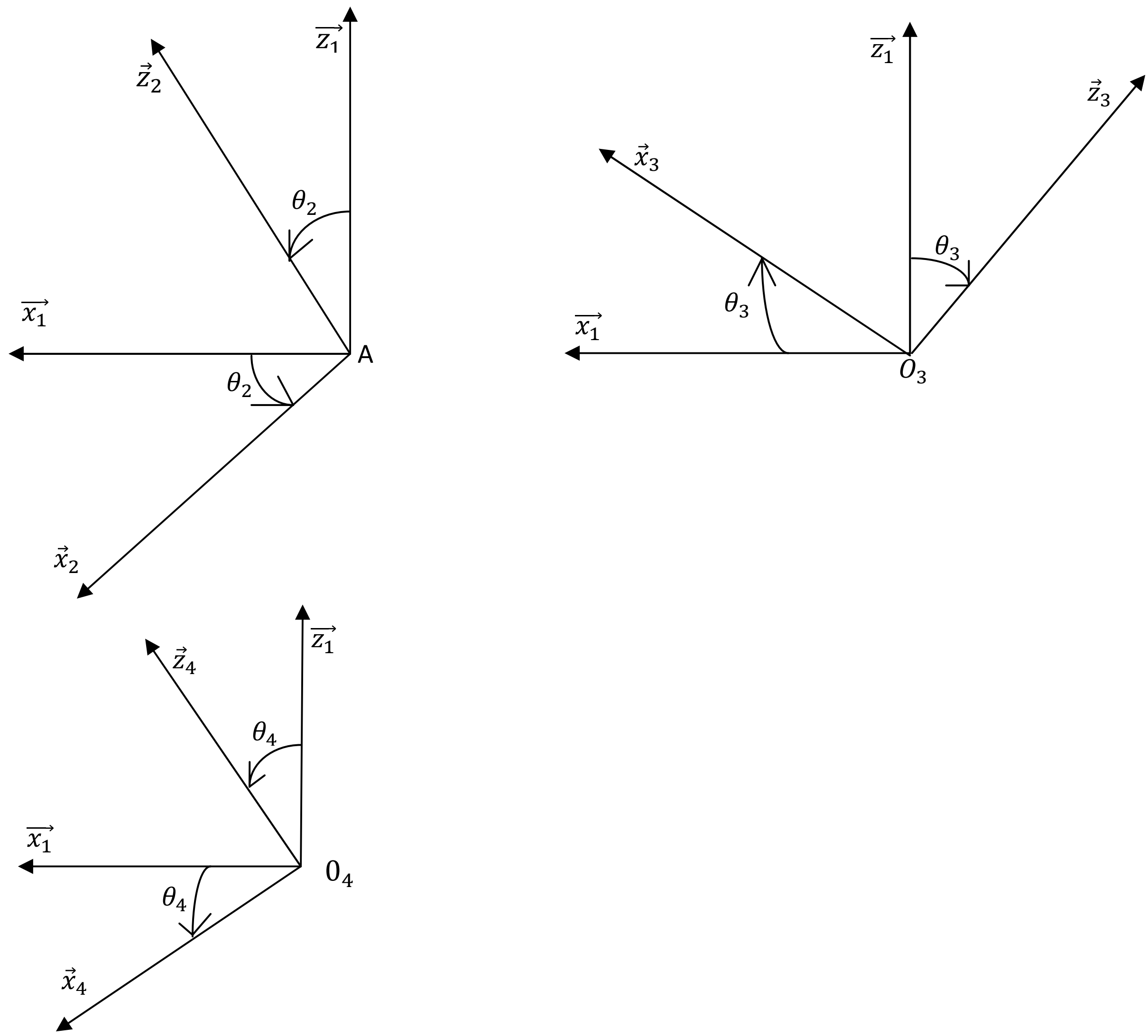

Figure 3

On donne :

$\overrightarrow{AK_2} = b\,\vec{y}_1 + \frac{D_2}{2}\,\overrightarrow{z_2}$ et $\overrightarrow{AK_3} = b\,\vec{y}_1 - (\frac{D_2}{2} + \frac{D_{31}}{2})\vec{z}_1 + \frac{D_{31}}{2}\,\overrightarrow{z_3}$

On adoptera la notation suivante :

$\vec{V}(K \in 2/1) = \vec{V}(K2/1)$ **et** $\vec{V}(K \in 3/1) = \vec{V}(K3/1)$

1) Calcul de la vitesse $\vec{V}(K2/1)$

a) Calculer la vitesse de rotation $\vec{\Omega}(2/1)$.

b) Calculer la vitesse $\vec{V}(K2/1)$.

2) Calcul de la vitesse $\vec{V}(K3/1)$

a) Calculer la vitesse de rotation $\vec{\Omega}(3/1)$.

b) Calculer la vitesse $\vec{V}(K3/1)$.

3) Sachant que la relation de roulement sans glissement au point K se traduit par :

$\|\vec{V}(K2/1)\| = \|\vec{V}(K3/1)\|$, donner la relation entre $\dot{\theta}_2$ et $\dot{\theta}_3$.

4)Sachant que $\dot{\theta}_4 = \frac{D_{32}}{D_4}\dot{\theta}_3$, et en se référant au résultat de la question (3), déterminer la loi entrée/sortie du mécanisme : $\dot{\theta}_4 = f(\dot{\theta}_1)$.

Bon Courage.