Institut Supérieur des Etudes Technologiques de Nabeul
Département de Génie Mécanique

EXAMEN DE MECANIQUE GENERALE

Année universitaire : 2011/2012. Date : le 07 /01/2012
Classe : GM 11, 12, 13, 14,15 et 16. Nombre de pages : 4
Durée : 1 heure30 . Documents : non autorisés.
Proposé par : Amdouni.H & K.Safieddine & Bouden.M & J.Mourad

ETUDE D'UN COMPRESSEUR MONO-PISTON

La figure 1 et la figure 2 représentent un compresseur mono-piston qui permet, à partir d'un moteur entraînant l'arbre **(4)** en rotation autour de son axe, de comprimer un fluide dans la chambre formée par le fond du piston **(7)**, le cylindre **(30)** et la culasse **(9)**. Le système constitué de l'arbre d'entrée **(4)** ayant une forme générale qui rappelle celle d'une manivelle, de la bielle **(6)** et du piston **(7)** est souvent désignée sous le terme de système bielle manivelle, qui transforme la rotation de la manivelle à une translation du piston **(7)** dans le cylindre **(30)**. La descente du piston permet l'aspiration du fluide sous la pression atmosphérique et la montée du piston permet son refoulement sous une pression variante entre 6 et 8 bars dans le circuit d'utilisation.

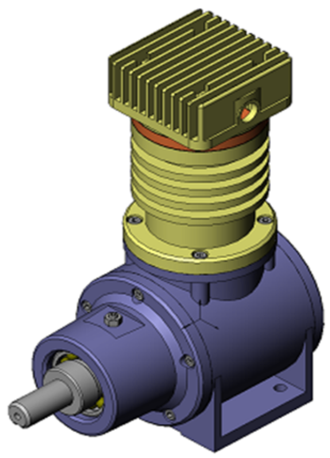
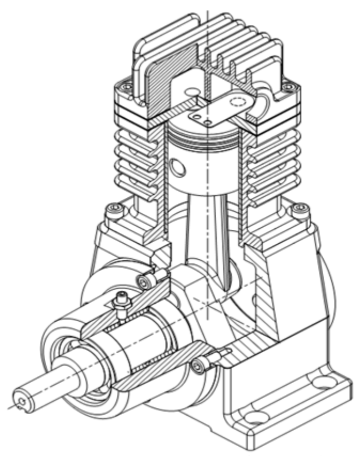
Perspective vue extérieure	Perspective en coupe
	

***Figure 1** : compresseur mono-piston vue extérieure et perspective en coupe.*

DONNEES ET HYPOTHESES :

- Toutes les pièces du mécanisme sont rigides et indéformables**.**
- Tous les poids des pièces sont négligeables devant les actions mécaniques exercées.
- Les liaisons seront considérées comme parfaites.
- L'ensemble lié (arbre d'entrée **(4)** et le maneton**(5)**) sera noté(**S**) durant l'étude statique du système.
- Le repère **(A,** $\vec{x}$ **,** $\vec{y}$ **,** $\vec{z}$ **)** est un repère fixe lié au bâti.
- La liaison en A est une liaison linéaire annulaire **d'axe (A,** $\vec{x}$ **)**.
- La liaison en C est modélisée par une liaison rotule (sphérique) **de centre C**.
- ***<u>Les actions mécaniques exercées sur l'ensemble(S) sont modélisées dans le repère</u>*** **(A,** $\vec{x}$ **,** $\vec{y}$ **,** $\vec{z}$ **),** ***<u>par les torseurs suivants :</u>***

$$\{\tau_{M/S}\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & C_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A \quad et \ \{\tau_{13/S}\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_A \quad et \ \{\tau_{12/S}\}_C = \begin{Bmatrix} X_C & 0 \\ Y_C & 0 \\ Z_C & 0 \end{Bmatrix}_C$$

- ***Pour simplifier l'étude statique du système, nous supposons que l'action mécanique exercée par la bielle (6) sur l'ensemble (S) sera modélisée par le torseur suivant « figure3 » :***

$$\{\tau_{6/S}\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ F\sin\beta & 0 \\ F\cos\beta & 0 \end{Bmatrix}_B$$

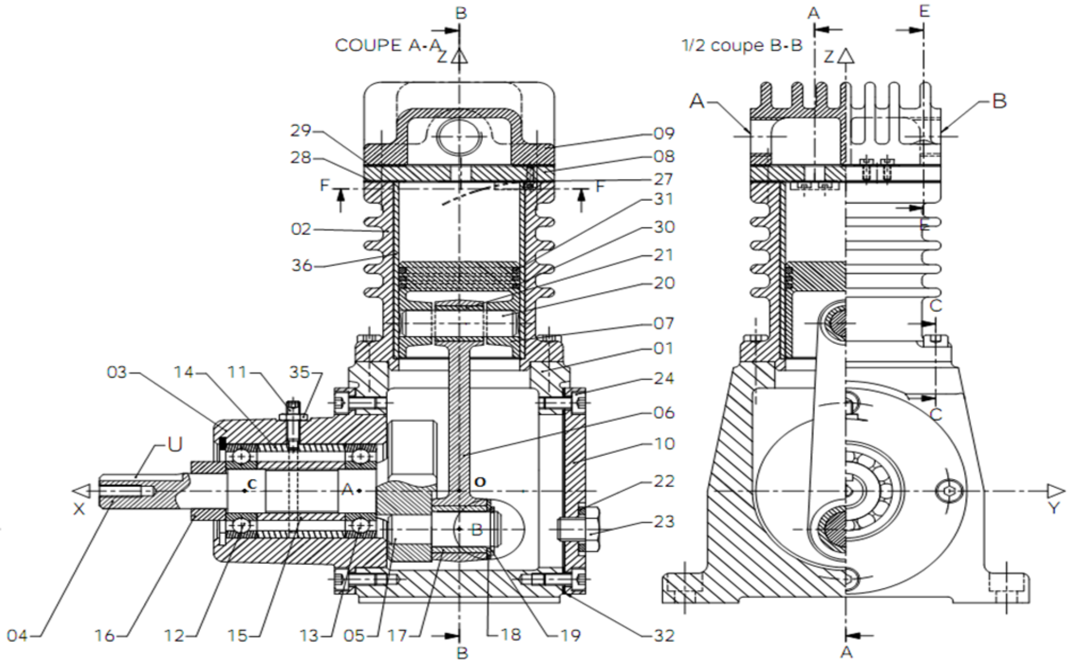


***Figure 2** : Dessin d'ensemble en coupe du compresseur mono-piston.*

TRAVAIL DEMANDE :

Remarque : Les deux parties d'étude (statique et cinématique) sont indépendantes.

PARTIE 1 : ETUDE STATIQUE (12 points)

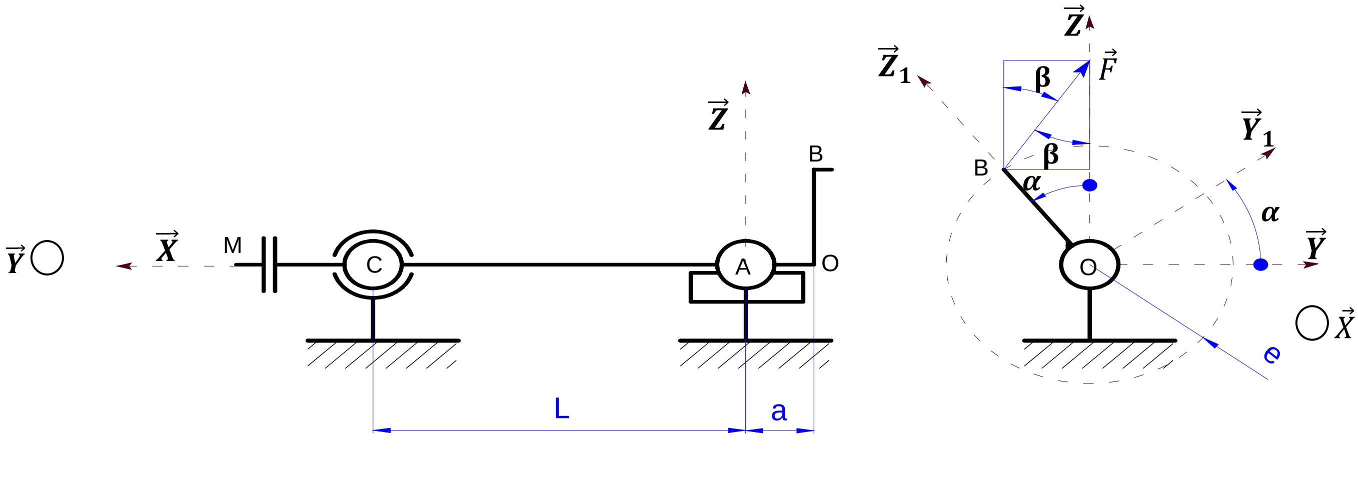


***Figure 2** : Schéma cinématique de l'ensemble isolé**(S)**.*

1.** Transférer tous les torseurs statiques au point **A**, sachant que :* ***(2points)

$\overrightarrow{AC} = L\vec{x}$ *et* $\overrightarrow{AB} = -a\,\vec{x} + e\,\vec{z_1}$ *avec* $\vec{z_1} = \cos\alpha\,\vec{z} - \sin\alpha\,\vec{y}$

2.** Appliquer le PFS sur l'équilibre de l'ensemble **(S)** et déterminer **les expressions analytiques des inconnues *statiques **(Y_A et Z_A)** de la liaison linéaire annulaire d'axe* (A, $\vec{x}$)*, de la liaison rotule de centre* C ***(X_C,Y_C et Z_C)*** *et de l'action mécanique **F** exercée par la bielle **(6)** sur l'ensemble **(S)** en fonction des données du problème :*

C_m ,e, α ,β, a et L**.* ***(4.5points)

3.** Simplifier l'expression analytique de **F** sachant que :* ***(0.5points)

$$\cos\alpha\,.\sin\beta + \sin\alpha\,.\cos\beta = \sin(\alpha + \beta)$$

4.** Nous allons dans ce qui va suivre, limiter l'étude statique à la phase de refoulement du fluide, c'est-à-dire la position **PMH** « **P**oint **M**ort **H**aut » du piston**(7)** tel que : **α=90° et β=0°
Avec (L=51mm, a=48mm, e=20mm et C_m=3.2 10^3Nmm).**Calculer alors les inconnues statiques **(Y_A, Z_A, X_C,Y_C , Z_C) et F**.* ***(3points)

5.** Déterminer l'expression et calculer le module $\|\overrightarrow{Rc}\|$ relatif à l'action mécanique de la liaison rotule de centre **C** et le module $\|\overrightarrow{RA}\|$ relatif à l'action mécanique de la liaison linéaire annulaire **d'axe (A,** $\vec{x}$ **)**.* ***(2points)

PARTIE 2 : ETUDE CINEMATIQUE (8 points)

***Le but de cette partie est la détermination de la loi d'entrée sortie du système :** $\dot{z} = f(\dot{\alpha})$*

*Le système étudié sera considéré comme un **système bielle manivelle** dont le schéma cinématique est représenté dans la **figure 4***

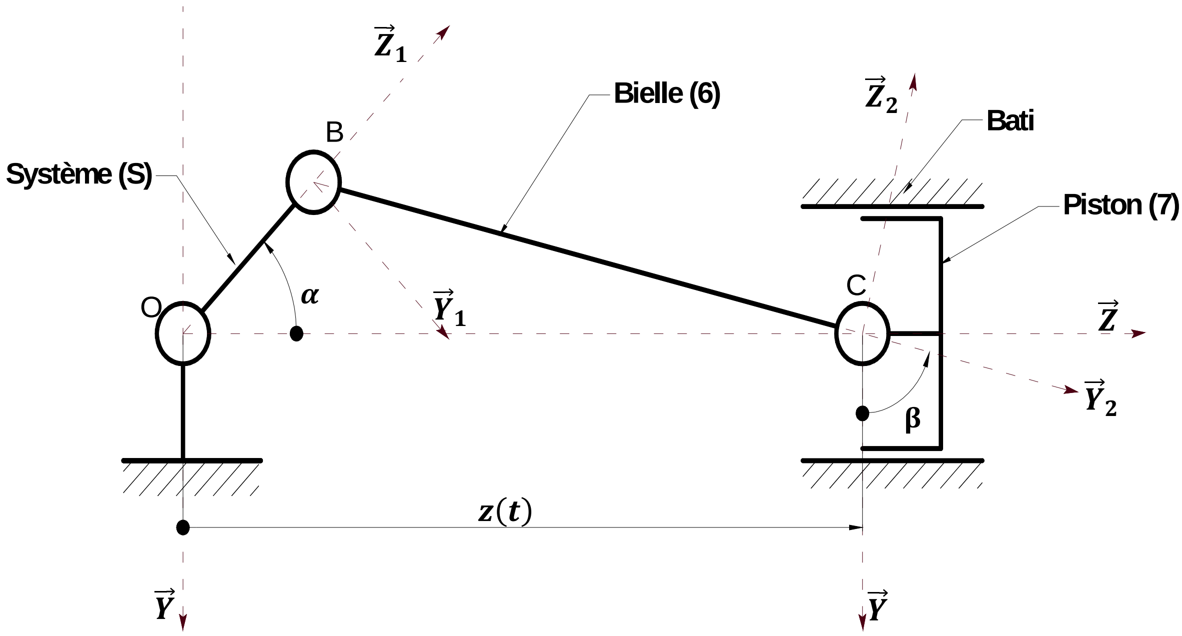
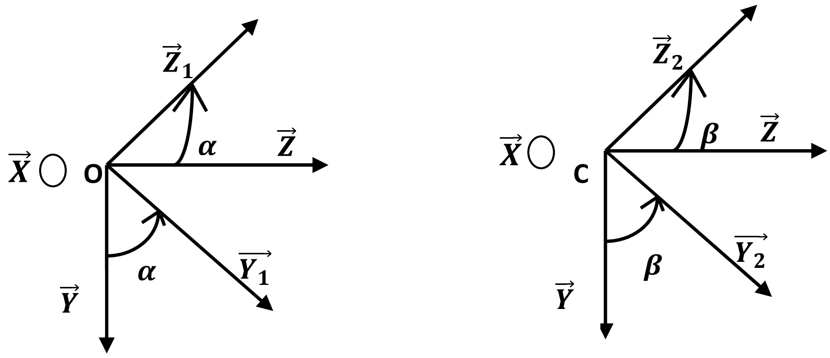


Figure 4 : Schéma cinématique du système bielle manivelle

Repères et paramètres de position

On considère les repères orthonormés directs suivants :

- $R\left(O,\vec{X},\vec{Y},\vec{Z}\right)$ *: repère absolu lié au bâti*
- $R_1(B,\vec{X},\vec{Y_1},\vec{Z_1})$ *: repère mobile lié au système **(S).***
  Avec $\boldsymbol{\alpha} = \left(\vec{Y},\vec{Y_1}\right) = \left(\vec{Z},\vec{Z_1}\right)$
- $R_2\left(C,\vec{X},\vec{Y_2},\vec{Z_2}\right)$ *: repère mobile lié à la bielle* $(\mathbf{6})$; *Avec* $\boldsymbol{\beta} = \left(\vec{Y},\vec{Y_2}\right) = \left(\vec{Z},\vec{Z_2}\right)$
- $\overrightarrow{\mathbf{0C}} = \boldsymbol{e}\,\overrightarrow{\boldsymbol{Z_1}} + \boldsymbol{l}\,\overrightarrow{\boldsymbol{Y_2}}$ ***si C ∈ (6), avec e et l sont deux constantes***
- $\overrightarrow{\boldsymbol{OC}} = \boldsymbol{z(t)}\vec{\boldsymbol{Z}}$ ***, si C ∈ (7)***



1. *Donner l'expression des vitesses de rotations :* $\vec{\boldsymbol{\Omega}}_{(R_1/R)}$ *et* $\vec{\boldsymbol{\Omega}}_{(R_2/R)}$ ***(2points)***

2. *Détermination de la vitesse au point **C** appartenant **à la bielle (6)** par rapport **R***

a. *Déterminer l'expression de la vitesse* $\vec{\boldsymbol{V}}$***(C∈6/R)*** ***(2 points)***

b. *Exprimer la vitesse* $\vec{\boldsymbol{V}}$***(C ∈ 6/R)*** *dans le repère* $\boldsymbol{R}\left(\boldsymbol{O},\vec{\boldsymbol{X}},\vec{\boldsymbol{Y}},\vec{\boldsymbol{Z}}\right)$ ***(1point)***

c. *En adoptant la relation :* $-\boldsymbol{e}\,\dot{\boldsymbol{\alpha}}\cos\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{l}\,\dot{\boldsymbol{\beta}}\sin\boldsymbol{\beta} = \mathbf{0}$. *Simplifier l'expression* de $\vec{\boldsymbol{V}}$**(C ∈6/R)** ***(0,5point)***

Remarque *: cette relation est déduite à partir de la dérivée par rapport au temps du résultat obtenu en faisant (* $\overrightarrow{\mathbf{0C}}.\vec{\boldsymbol{Y}} = \mathbf{0}$ *)*

3. *Déterminer l'expression de la vitesse* $\vec{\boldsymbol{V}}$**(C∈7/R)** ***(1point)***

4. *Sachant que :* $\vec{\boldsymbol{V}}$**(C ∈7/R)** = $\vec{\boldsymbol{V}}$**(C ∈6/R)** *. Déduire alors la relation entre les paramètres cinématiques du système :* $\dot{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{f}\left(\dot{\boldsymbol{\alpha}},\dot{\boldsymbol{\beta}}\right)$ ***(0,5point)***

5. *En s'appuyant sur les deux relations suivantes :*

$$\boldsymbol{\beta} = \cos^{-1}\left(\frac{e}{l}\sin\boldsymbol{\alpha}\right) \quad \textit{et} \quad \dot{\boldsymbol{\beta}} = \frac{-\frac{e\dot{\alpha}}{l}\cos\alpha}{\sqrt{1-\left(\frac{e}{l}\sin\alpha\right)^2}}$$

Déduire alors la loi d'entrée sortie du mécanisme : $\dot{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{\alpha}})$ ***(1point)***

<u>Bon travail</u>