Faculté des Sciences Économiques et de Gestion de Tunis
Année Universitaire 2014/2015
1ère Année Licence Fondamentale d'Économie et de Gestion (LFE & LFG)
Session de Rattrapage, Épreuve de Mathématiques I, Juin 2015

Durée : 2 h   Nbre de pages : 01

Exercice 1

1. Rappeler la définition qui exprime le fait que les deux suites réelles (u_n) et (v_n) sont adjacentes.

2. Rappeler la définition d'une valeur d'adhérence x d'une suite réelle (u_n).

3. On considère la suite réelle définie par : $x_0 = 1$ et $x_{n+1} = \sqrt{2x_n + 1}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

3.a Montrer que $x_n \geq 1$, pour tout $n \geq 0$.

3.b Montrer que si la suite (x_n) converge, alors sa limite L vérifie : $L = \sqrt{2L+1}$.

3.c Montrer qu'il existe un réel $k \in]0,1[$ tel que $|x_n - L| \leq k|x_{n-1} - L|$, pour tout $n \geq 1$.

3.d En déduire que $|x_n - L| \leq k^n|1 - L|$.

3.e Que peut-on conclure ?

Exercice 2

1.a Rappeler le critère d'Alembert pour une série numérique à termes positifs.

1.b Étudier la nature de la série numérique $\sum_{n=1}^{+\infty} n(\frac{8}{10})^{n-1}$.

2. Rappeler la définition d'une série numérique semi-convergente, et en donner un exemple.

3.a Rappeler la règle de Cauchy pour une série numérique à termes positifs.

3.b Étudier la nature de la série numérique de terme général $u_n = \left(\frac{2n+1}{3n+4}\right)^n$.

3.c Soient (u_n) et (v_n) deux suites réelles de termes généraux strictement positifs. On suppose de plus que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{v_{n+1}}{v_n}$. Montrer que si la série $\sum_{n=0}^{+\infty} v_n$ converge alors $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ converge.

Exercice 3

On considère la fonction $f(.)$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = exp(-\frac{1}{x})$

1. Déterminer le domaine de définition de $f(.)$.

2. Calculer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers 0^+ et vers $+\infty$.

3. Calculer la dérivée de $f(x)$.

4. Dresser le tableau de variation de $f(x)$.

5. Que peut-on conclure ?

6. Calculer l'élasticité de $f(x)$.