2ème TF

EXAMEN GESTION DE PORTEFEUILE

UNIVERSITE DE LA MANOUBA
INSTITUT SUPERIEUR DE COMPTABILITE
ET D'ADMINISTRATION DES ENTREPRISES

Année Universitaire 2011 - 2012

SESSION PRINCIPALE
Mai 2012

Module : Gestion de Portefeuille
Enseignants : Nadia Ouertani , Ines Chaabouni

Filières : Techniques Financières
Niveau : 2ème année LMD

N.B. Les étudiants doivent présenter tous les détails de calcul

Exercice 1 (3 points)

1. Est-il possible de diversifier tout le risque du portefeuille en augmentant naïvement le nombre de titres dans le portefeuille ? Justifiez votre réponse. **(1,5 points)**
2. Expliquez les différences et les similitudes entre la CML et la SML. **(1,5 points)**

Exercice 2 (4 points)

Soient deux individus ayant les fonctions d'utilités suivantes :

$$U_1(x) = - \exp(-0{,}5x) \qquad U_2(x) = x - 3/2x^2$$

Considérons les deux titres A et B caractérisés par les taux de rendements équiprobables suivants :

R_A	R_B
-0,25	0,08
0,13	0,25
0,30	-0,09

1. Déterminer le choix de chaque individu selon le critère de l'espérance mathématique des gains et le critère de l'espérance de l'utilité. **(2 points)**
2. Calculer pour chaque individu l'indice d'aversion absolu et relative pour le risque. Commenter vos résultats. **(2 points)**

Exercice 3 (7 points)

Soit la matrice variance covariance des deux actifs A et B et du portefeuille de marché :

	A	B	Marché
A	0,150	0,030	0,070
B		0,095	0,045
Marché			0,060

Le rendement espéré du portefeuille de marché est de 20% et le taux d'intérêt sans risque est de 4%. Considérons un investisseur qui a décidé de construire un portefeuille P composé de 60% du titre A et 40% du titre B.

1. Calculer les bêtas des titres A et B et du portefeuille P. **(1,5 points)**
2. Calculer la variance du portefeuille P. **(0,75 point)**

3. Calculer les rendements espérés des titres A et B. En déduire le rendement espéré du portefeuille P? **(1,5 points)**
4. P est-il un portefeuille efficient? Justifier votre réponse. **(1 point)**
5. Quelles sont les proportions de votre richesse à investir dans les titres A et B afin d'obtenir un portefeuille à risque minimum? **(1 points)**
6. Calculer le rendement espéré du portefeuille à risque minimum. **(0,5 point)**
7. Calculer la variance du portefeuille à risque minimum. **(0,75 point)**

Exercice 4 (3 points)

Le marché financier est parfait et à l'équilibre au sens de Sharpe Lintner. Soit trois titres côtés sur ce marché et présentant les caractéristiques suivantes :

Titre	Rendement espéré	Ecart type	Bêta	Variance résiduelle
A	0,15	?	2	0,10
B	?	0,25	0,75	0,04
C	0,09	0,42	?	0,17

Le taux sans risque s'élève à 0,07.

1. Calculer le taux de rendement espéré du portefeuille de marché. **(0,5 point)**
2. Compléter le tableau ci-dessus. **(2,5 points)**

Exercice 5 (3 points)

Supposons que les rendements mensuels de trois fonds communs de placement présentent les caractéristiques suivantes :

	P_1	**P_2**	**P_3**
$R_P - R_F$	2,75	6	1,65
$\sigma(R_P)$	6,25	14,5	8
$\sigma(\varepsilon_P)$	0,5	8	?
β_P	?	?	1

Sachant que $R_P - R_F$ représente la prime de risque moyenne, $\sigma(R_P)$ est l'écart type de rendement, $\sigma(\varepsilon_P)$ est l'écart type des résidus de la régression du rendement du fond sur celui du marché et β_P est le risque systématique.

1. Sachant que le portefeuille P_3 représente le portefeuille de marché et est coté à son prix d'équilibre, on vous demande de déterminer l'écart type des résidus qui lui est associé. **(0,5 point)**
2. Déterminer les bêtas des portefeuilles P_1 et P_2. **(1 point)**
3. Ces portefeuilles sont-ils cotés à leurs prix d'équilibre? Commenter votre résultat en précisant quel doit être le comportement de tout investisseur rationnel. **(1,5 point)**

BONNE CHANCE

Corrigé d'examen de gestion de portefeuille

2ème TF

Correction Examen Principal Mai 2012.

GPF

Exercice 2:

$u_1(x) = -\exp(-0,5x)$ $\qquad$ $u_2(x) = x - 3/2\, x^2$

1) • critère de l'espérance mathématique de gains :

$E(R_A) = \frac{1}{3} \times (-0,25) + \frac{1}{3} \times (0,13) + \frac{1}{3} \times (0,30) = \boxed{0,06}$

$E(R_B) = \frac{1}{3} \times (0,08) + \frac{1}{3} \times (0,25) + \frac{1}{3} \times (-0,09) = \boxed{0,08}$

selon le critère de l'espérance mathématique des gains, les 2 individus choisissent le titre B car $E(R_B) > E(R_A)$

• critère de l'espérance de l'utilité :

* Inv I : $E[u(x_A)] = \frac{1}{3} \times [-\exp(-0,5 \times -0,25)] + \frac{1}{3} \times [-\exp(-0,5 \times 0,13)] + \frac{1}{3} \times [-\exp(-0,5 \times 0,30)] = \boxed{-0,977}$

$E[u(x_B)] = \frac{1}{3} \times [-\exp(-0,5 \times 0,08)] + \frac{1}{3} \times [-\exp(-0,5 \times 0,25)] + \frac{1}{3} \times [-\exp(-0,5 \times -0,09)] = \boxed{-0,963}$

* Inv II : $E[u(x_A)] = \frac{1}{3}\left[-0,25 - 3/2 \times (-0,25)^2\right] + \frac{1}{3}\left[0,13 - \frac{3}{2} \times 0,13^2\right] + \frac{1}{3}\left[0,3 - \frac{3}{2} \times (0,3)^2\right] = \boxed{-0,0247}$

$E[u(x_B)] = \frac{1}{3}\left[0,08 - \frac{3}{2} \times 0,08^2\right] + \frac{1}{3}\left[0,25 - \frac{3}{2} \times 0,25^2\right] + \frac{1}{3}\left[-0,09 - \frac{3}{2}(-0,09)^2\right] = \boxed{0,0415}$

selon le critère de l'espérance de l'utilité, aussi bien l'individu I que l'individu II préféreront le titre B au titre A car $E[u(x_B)] > E[u(x_A)]$.

2) Inv I : $u'(x) = 0,5 \exp(-0,5x) > 0$ $\quad$ DF $\in \mathbb{R}$

$u''(x) = -0,5^2 \exp(-0,5x) < 0 \Rightarrow$ Inv I est averse au risque.

* $AAR = -\frac{u''}{u'} = \frac{0{,}5^2 \exp(-0{,}5x)}{0{,}5 \exp(-0{,}5x)} = \boxed{0{,}5}$

$\Rightarrow$ la demande d'actifs pour l'Inv I n'est pas affecté par les variations de sa richesse.

* $ARR = AAR\ x = \boxed{0{,}5x}$

Inv II

$u'(x) = 1 - 3x > 0$ si $x < \frac{1}{3}$ $\quad DF =]-\infty, 1/3]$

$u''(x) = -3 < 0$ $\Rightarrow$ Inv II est averse au risque.

$AAR = -\frac{u''}{u'} = \boxed{\frac{3}{1-3x}} > 0$

$ARR = \boxed{\frac{3x}{1-3x}}$ $\Rightarrow$ plus l'inv s'enrichit, plus il est averse au risque

Exercice 3 :

$E(R_M) = 20\%$ $\quad R_f = 4\%$ $\quad P = 60\%\ A + 40\%\ B$

1) $\beta_A = \frac{cov(R_A, R_M)}{var(R_M)}$

$\beta_A = \frac{0{,}07}{0{,}06} = \boxed{1{,}167}$

$\beta_B = \frac{0{,}045}{0{,}06} = \boxed{0{,}75}$

$\beta_P = 0{,}6\ \beta_A + 0{,}4\ \beta_B = \boxed{1}$

2) $var(R_P) = x_A^2\ var(R_A) + x_B^2\ var(R_B) + 2 x_A x_B\ cov(R_A, R_B)$

$= (0{,}6)^2 \times 0{,}15 + (0{,}4)^2 \times 0{,}095 + 2 \times 0{,}6 \times 0{,}4 \times 0{,}03$

$= \boxed{0{,}0836}$

3) $E(R_A) = R_f + \beta_A [E(R_M) - R_f]$

$E(R_A) = 0{,}04 + 1{,}167 [0{,}2 - 0{,}04] = \boxed{22{,}67\%}$

$E(R_B) = 0{,}04 + 0{,}75 [0{,}2 - 0{,}04] = \boxed{16\%}$

Exercice 4 :

$R_f = 0{,}07$.

1) $E(R_M) = ??$

selon le titre A : $E(R_A) = R_f + \beta_A\,[E(R_M) - R_f] \Rightarrow$

$E(R_M) = \left[\dfrac{E(R_A) - R_f}{\beta_A}\right] + R_f$

$E(R_M) = 0{,}07 + \left[\dfrac{0{,}15 - 0{,}07}{2}\right] = \boxed{11\%}$

2) selon le titre B : $E(R_B) = R_f + \beta_B\,[E(R_M) - R_f]$

$E(R_B) = 0{,}07 + 0{,}75\,[0{,}11 - 0{,}07] = \boxed{10\%}$

$\Rightarrow$ On peut calculer σ^2_M à partir du titre B :

$var(R_B) = \beta^2_B\, var(R_M) + var(\varepsilon_B) \Rightarrow$

$var(R_M) = \dfrac{var(R_B) - var(\varepsilon_B)}{\beta^2_B} = \dfrac{(0{,}25)^2 - 0{,}04}{(0{,}75)^2} = \boxed{0{,}04}$

$\Rightarrow$ selon le titre A : $\sigma_A = \sqrt{2^2 \times 0{,}04 + 0{,}10} = \boxed{50{,}99\%}$

$\Rightarrow$ selon le titre C : $\beta_C = \sqrt{\dfrac{var(R_C) - var(\varepsilon_C)}{var(R_M)}}$

$\beta_C = \sqrt{\dfrac{(0{,}42)^2 - 0{,}17}{0{,}04}} = \boxed{0{,}4}$

Exercice 5 :

1) P_3 est le PF de marché est un PF parfaitement diversifié

$\beta_3 = 1 \Rightarrow \boxed{var(\varepsilon_3) = 0}$ $\left(var(R_{P_3}) = \beta^2_{P_3}\, var(R_M) + var(\varepsilon_3) \Rightarrow \right.$

$\underbrace{\dfrac{var(R_{P_3})}{var(R_M)}} = var(R_M) + \underbrace{var(\varepsilon_3)}_{=0}$

2) $var(R_P) = \beta^2_P\, var(R_M) + var(\varepsilon_P) \Rightarrow$

$\beta_P = \sqrt{\dfrac{var(R_P) - var(\varepsilon_P)}{var(R_M)}}$

$E(R_p) = 0,6 \times 0,2267 + 0,4 \times 0,16 = \boxed{20\%}$

4) si P est efficient il doit vérifier l'équation de la CML :

CML : $E(R_p) = R_f + \sigma_p \left[\frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M}\right]$

$= 0,04 + \sigma_p \left[\frac{0,2 - 0,04}{\sqrt{0,06}}\right]$

$= 0,04 + 0,653\ \sigma_p$

Pour que P soit efficient il faut que $E(R_p) = 0,04 + 0,653\sqrt{0,0836}$

$\Rightarrow E(R_p) = \boxed{22,88\%}$

or $E(R_p)$ calculé $= 20\% \neq 22,88\% \Rightarrow$ P n'est pas efficient

5) PF à risque min : $x_A = \frac{\sigma_B^2 - \mathrm{cov}(R_A, R_B)}{[\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\mathrm{cov}(R_A, R_B)]}$

$x_A = \frac{0,095 - 0,03}{0,15 + 0,095 - 2 \times 0,03} = \boxed{35,14\%}$

$x_B = 100\% - 35,14\% = \boxed{64,86\%}$

6) $E(R_{p\min}) = 0,3514 \times 22,67\% + 0,6486 \times 16\% = \boxed{18,34\%}$

7) $\mathrm{var}(R_{p\min}) = (0,3514)^2 \times 0,15 + (0,6486)^2 \times 0,095 + 2 \times 0,3514 \times 0,6486 \times 0,03$

$= \boxed{7,22\%}$

$$\beta_{P_1} = \sqrt{\frac{(6,25)^2 - (0,5)^2}{8^2}} = \boxed{0,779}$$

$$\beta_{P_2} = \sqrt{\frac{(14,5)^2 - (8)^2}{8^2}} = \boxed{1,512}$$

3) prime d'equilibre ou celle donnée par la SML :

SML : $E(R_p) = R_f + \beta_p [E(R_M) - R_f]$ ⇒

$E(R_p) - R_f = \beta_p [E(R_M) - R_f]$

⇒ Titre 1 : Prime d'equilibre : $E(R_{P_1}) - R_f = 0,779 \times 1,65 = \boxed{1,285}$

prime observée $2,75 >$ prime à l'equilibre ⇒ Titre sous evalué ⇒ opportunité d'achat.

⇒ Titre 2 : Prime d'equilibre : $E(R_{P_2}) - R_f = 1,512 \times 1,65 = \boxed{2,494}$

prime observée $6 > 2,494$ ⇒ titre sous evalué ⇒ opportunité d'achat.

Exercice 1 :

1) 2 cas se présentent :

1er cas ⇒ si on combine dans 1 PF n titres non corrélés $cov(R_i, R_j) = 0$

⇒ $var(R_p)$ d'1 PF equipondéré composé de n titres :

⇒ $var(R_p) = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{N^2} var(R_i) + 0$ ⇒

qd $N \to \infty$ ⇒ $var(R_p) \simeq 0$

si on combine N titres non corrélés ⇒ $var(R_p)$ tend vers 0

qd $N \to \infty$ ⇒ on arrive à eliminer totalement le risque

⇒ 2e cas ⇒ plus général si on combine N titres corrélés