

**CONTROLE DE MATHS I**

**EXERCICE N°1 (5pts=1+0,5x4+0,5x4)**

Déterminer la nature des extrémums de la fonction :  $f(x, y) = x y$   
sous la contrainte  $x^2 + 4y^2 - 8 = 0$

**EXERCICE N°2 (10pts =1+1,5+1,5+1+1+1+1+1,5+0,5)**

On considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x ; y) = x^2 + 2y^2 - \ln(y - 2x)$

- 1°) Déterminer et représenter dans le plan (o x y) le domaine de définition Df de la fonction  $f$
- 2) a) Calculer les dérivées partielles premières de  $f$
- b) Calculer les dérivées partielles secondes de  $f$
- 3) Donner l'équation du plan P tangent au point (3, 1, 11)
- 4) Calculer une valeur approchée de  $f(3,02 ; 0,98)$  à l'aide de la différentielle
- 5) a) Calculer les élasticités partielles de  $f$  au point (3, 1)
- b) On se place au point (3, 1) quel est l'effet d'une augmentation de 5% au niveau de la variable  $x$  et d'une diminution de 2% au niveau de la variable  $y$  sur la variation relative de  $f$  (calcul approché)
- 6) a) Etudier la convexité de  $f$  sur son domaine
- b) Déduire la position du plan tangent P à la courbe C de  $f$

**EXERCICE N°3 (5pts=1,5+1,5+2)**

On considère la fonction suivante  $f(t) = \frac{4t}{(3+t)(t^2-1)}$

- 1) Déterminer trois réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tel que  $f(t) = \frac{a}{3+t} + \frac{b}{t-1} + \frac{c}{t+1}$
- 2) Déduire une primitive  $F$  de  $f$
- 3) Calculer  $I = \int_3^8 \frac{2dx}{x(3+\sqrt{1+x})}$  on pose  $t = \sqrt{1+x}$