Mathématiques 1

Exercice 1: (4, 1₁)

Etudier l'existence et la nature des extrémums de $f(x,y) = y\sqrt{x}$ sous la contrainte $g(x,y) = x^2 + y - 1 = 0$

Exercice 2: (4, 1₁) Soit $f(x,y) = \ln(xy) + xy - 1$

1°) Montrer que l'équation $f(x,y) = 0$ permet de définir une fonction implicite $\emptyset$ au voisinage du point $(2, 1/2)$

2°) Donner le développement limité à l'ordre 1 de $\emptyset(x)$ au voisinage de 2.

Exercice 3: (12, 1₁) soit $f(x,y) = (x-y)\sqrt{x-y} - (x-y)$

1°) a- Déterminer et représenter le domaine de f

b- Montrer que l'ensemble des points critiques de f est la droite d'équation $y = x - 4/9$

2°) a- Etudier la convexité de f sur son domaine de définition

b- En déduire la nature des points critiques de f .

3°) a- Etudier les variations de $\emptyset(u) = u\sqrt{u} - u ; u \geq 0$

b- En déduire que les points de la droite $y=x$ sont aussi des extrémums de f .

4°) a- Donner l'équation du plan tangent à la surface représentative de f au point $(2, -2, 4)$ et préciser sa position par rapport à cette surface.

b- Déterminer le développement limité à l'ordre 2 de $f(x,y)$ au voisinage du point $(2, -2)$.

c- On suppose que x augmente de 4% et y diminue de 2%. Quelle est la variation relative de f ?