Université de Carthage
IHEC Carthage

A.U :2013/2014

Session de Contrôle

MATHEMATIQUES I

1^{ere} L.F.G

Exercice1 :

Soit $f(x, y)=(x-1)(y-2)(x+y-6)$

1/a)Montrer que (4, 2) et (2, 3) sont des points critiques de f. (On ne demande pas de chercher tous les points critiques)

b) f présente telle un extrémum local au point (4, 2) ?

c) f présente telle un extrémum local au point (2, 3) ?

2/ Soit $g(x, y)=x-y+2$

Etudier l'existence et la nature des extrémums de f sous la contrainte $g(x, y)=0$.

Exercice2 :

Soit $f(x, y)=2e^{2x}+2e^{2y}+2e^{x+y}-e^{x}-e^{y}$

1/a)Calculer les dérivées partielles 1^{eres} de f

b) Calculer les dérivées partielles secondes de f.

2/a)Montrer que $f\left(\ln\left(\frac{1}{6}\right), \ln\left(\frac{1}{6}\right)\right)=-\frac{1}{6}$

b) Montrer que $f(x, y)+\frac{1}{6}=2\left(e^{x}+\frac{1}{2}e^{y}-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{3}{2}\left(e^{y}-\frac{1}{6}\right)^2$

c)Déduire que alors que $\forall (x, y) \in IR^2\ f(x, y) \geq -\frac{1}{6}$

d) Déduire alors que f présente un minimum global en un point que l'on précisera

3/a) Ecrire le développement limité de f au point (0, 0).

b) Déduire l'équation du plan tangent à (C_f) au point (0, 0,4) et sa position avec (C_f)

c) Donner une valeur approchée de f (0.01,-0.02)

4/a) Montrer que l'équation $f(x, y)=4$ permet de définir une fonction implicite ϕ au voisinage de (0, 0).

b) Ecrire le développement limité de ϕ à l'ordre 1 au voisinage de 0.

Exercice 3 :

1) Chercher $a, b, c \in \mathbb{R}$ tq : $\frac{t}{(t+3)(t+1)^2}=\frac{a}{t+3}+\frac{b}{t+1}+\frac{c}{(t+1)^2}$

2) En choisissant un changement de variable convenable, Calculer $\int^{1} \frac{e^{2x}}{[illegible]}\, dx$