

Exercice 1

Soit $f(x,y) = e^{1-y}(x^2+y)$

- 1) Etudier l'existence et la nature des extremums de la fonction f
- 2) Optimiser $F(x,y)$ sous la contrainte $g(x,y)=0$

$$F(x,y) = x\sqrt{y} \quad \text{et} \quad g(x,y) = x + y^2 - 1$$

Exercice 2

Soit $f(x,y) = x^{-1/2} y^{3/2}$

Une fonction définie sur $D = \{(x,y) \mid x > 0 \text{ et } y > 0\}$

- 1) Montrer que f est homogène et donner son degré d'homogénéité
- 2) Déterminer $f'_y(x,y)$ puis déduire $f'_x(x,y)$
- 3) Donner l'équation du plan tangent à la surface de f au point $(1;4)$
- 4) Etudier la convexité de f sur D

Exercice 3

Soit $f(x,y) = x - y + e^{(y-2)} \log x$

- 1) Déterminer et représenter le domaine de définition de f
- 2) Donner les dérivées partielles premières de f
- 3) On se place au point $A=(1;2)$ on suppose que Δy est le triple de Δx et que f augmente de 0,15

Calculer les variations absolues Δx et Δy qui ont provoqué ce changement

- 4) a) Calculer les élasticités partielles de f au point $A=(1;2)$

b) On se place toujours au point $A=(1;2)$ sachant que y diminue de 2% quelle doit être la variation relative de x pour que f augmente de 3%

Exercice 4

Soit $f(x,y) = (x-y)^{3/2}$

- 1) Déterminer le développement de Taylor à l'ordre 2 de $f(x,y)$ au voisinage du point $(2;-2)$
- 2) Donner l'équation du plan tangent à la surface de f au point $(2;-2)$ et préciser sa position par rapport à la surface de f