IHEC CARTHAGE **1ere LAG**

Épreuve de mathématiques I

« Session principale 2018 »

Exercice 1 :

soit $f(x,y) = \log x + \log y - x^2 - y^2$

1) Déterminer et représenter le domaine de définition de f
2) Donner les dérivées partielles premières et secondes de f
3) Etudier la convexité de f sur son domaine de définition
4) Donner l'équation du plan tangent a la surface de f au point (1,1) et donner sa position par rapport a la surface de f
5) Donner le développement de Taylor a l'ordre 2 de f(x ,y) au voisinage du point (1,1)

Exercice 2 :

Soit $f(x,y) = x - y - 2\sqrt{x}\sqrt{y}$ avec $x > 0$ et $y > 0$

1) Vérifier que f est homogène et donner son degré d'homogénéité
2) a/ Déterminer l'élasticité partielle de f par rapport a x au point (4,1)
   b/ Déduire la variation relative de f si x diminue de 2% a partir de $x_0 = 4$ et la variable y reste constante (y=1)
3) a/ Déterminer l'élasticité partielle de f par rapport a y au point (4,1)
   b/ Déduire la variation relative de f si y augmente de 1% a partir de $y_0 = 1$ et la variable x reste constante (x = 4)
4) on se place au point (4,1) et on suppose que x diminue de 2% et que f augmente de 7% déterminer la variation relative de y

Exercice 3 :

1) Soit $F(x,y) = \frac{1}{3}x^3 - xy^2 - 2x - 2y^2$
   Etudier l'existence et la nature des extrémums de F
2) Soient $f(x,y) = x^2 + 2xy$, $g(x,y) = 2x^2 + y^2 - 108$

Optimiser la fonction f(x,y) sous la contrainte g(x,y) = 0