

MATHEMATIQUES I

EXERCICE 1: (6 points)

Optimiser $f(x, y) = xy^2$

Sous la contrainte $g(x, y) = x^2 + y^2 - 4 = 0$

EXERCICE 2 : (4 points)

1/ Chercher a , b et c tels que $\frac{1}{x(1+x^2)} = \frac{a}{x} + \frac{bx+c}{1+x^2}$

2/ A l'aide d'une intégration par parties calculer $I = \int_1^2 \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$

Problème : (10 points)

Soit $f(x, y) = e^{x-y} - \ln(x-y) - (e-1)(x-y)$

1/ Déterminer et représenter le domaine de f .

2/a) Dresser le tableau de variation de $\phi(t) = e^t - \frac{1}{t} - (e-1)$, $t > 0$.

b) Dédire que 1 est la seule solution de l'équation $\phi(t) = 0$, $t > 0$.

3/a) Calculer les dérivées partielles premières de f .

b) Déterminer l'ensemble des points critiques de f . (utiliser 2(b))

4/a) Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 de f .

b) Etudier la convexité de f .

c) Dédire que $f(x, y) \geq 1 \forall (x, y) \in Df$

5/ Optimiser $f(x, y)$ sous la contrainte $g(x, y) = x - 3y = 0$