

La qualité de la rédaction et la présentation, la clarté et la précision des raisonnements constitueront un élément important pour l'appréciation des copies

SUJET

EXERCICE N°1 (4,5pts)

Soit $f(x; y) = \ln(xy)$

- 1) Déterminer et représenter le domaine de définition de f dans le plan (o, xy)
- 2) Etudier l'existence et la nature des extrémums de la fonction f

Sous la contrainte : $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$

EXERCICE N°2 (8pts)

On considère la fonction f définie par : $f(x; y) = -2x + 3y + 2(e^{\frac{x}{2} - y} + e^{y - \frac{x}{2}})$

- 1°) a) Calculer les dérivées partielles premières de f .
- b) Donner l'équation du plan P tangent au point $(2; 1; 3)$ à la surface de la courbe de f
- 2) a) Calculer les dérivées partielles secondes de f .
- b) Etudier la convexité de f sur son domaine.
- c) Déduire la position de la surface de la courbe de f par rapport au plan tangent P .
- 3) Donner une valeur approchée de $f(2,02; 0,98)$.
- 4) a) Calculer les élasticités partielles de f au point $(2; 1)$.
- b) On se place au point $(2; 1)$ quel est l'effet d'une diminution de 6% au niveau de la variable x et d'une augmentation de 1% au niveau de la variable y sur la variation relative de f (calcul approché).

EXERCICE N°3 (3pts)

On considère la fonction suivante $f(t) = \frac{6t}{(5+t)(t-1)}$

- 1) a) Déterminer deux réels a et b tel que : $f(t) = \frac{a}{t-1} + \frac{b}{t+5}$
- b) Déduire une primitive F de f .
- 2) Calculer $I = \int_{-1}^4 \frac{3 dx}{x+4\sqrt{5+x}}$ on pose $t = \sqrt{5+x}$

EXERCICE N°4 (4,5pts)

On considère la fonction f définie par : $f(x; y) = 2x + 3y + \sqrt{2x^2 + xy}$

- 1) Déterminer et représenter dans le plan (o, x, y) le domaine de définition de f .
- 2) La fonction f est elle homogène ? Si oui préciser son degré.
- 3) On considère l'équation : (E) : $f(x; y) = 0$
 - a) Montrer que l'équation (E) permet de définir une fonction implicite φ au voisinage de $(1; -1)$ tel que $\varphi(1) = -1$.
 - b) Donner le développement limité de φ au voisinage de 1 à l'ordre 1.
- 4) En utilisant la relation $f(x, \varphi(x)) = 0$ déterminer l'expression explicite de $\varphi(x)$.