Institut des Hautes Etudes Commerciales. *Carthage*

IHEC
Carthage

Filières : 1ière LFG

Matière : Maths 2

2H

Examen de rattrapage juin 2015

Exercice 1 :

$$A = \begin{pmatrix} p & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2p+1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ où } p \in \mathbb{R}$$

1)

a- déterminer la valeur p_0 *de* p de telle façon que A ne soit pas inversible.

b- Calculer A^{-1} *si* $p \neq p_0$.

2) On donne les systèmes

$$(S_1)\begin{cases} 2x + 2y + z = 1 \\ 3x + y + 3z = m \\ 5x + 4y + 3z = 1 \end{cases} \quad (S_2)\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 3x + y + 3z = m \\ 3x + 4y + 3z = 1 \end{cases} \quad \text{où } m \in \mathbb{R}$$

a- Utiliser les résultats de 1-b) pour résoudre (S_1).

b- Déterminer le rang de (S_2) et le le résoudre suivant m.

Exercice 2 :

On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & m \end{pmatrix}$ et $P = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -2 & -m-1 & -1 \\ 2-m & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1)

a- Calculer $dét(A)$

b- Montrer que 1 est une valeur propre de A → ou $P_A(\lambda) = \det(A - \lambda I)$

c- Déduire alors les autres valeurs propres de A

2) Soient $U = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2-m \end{pmatrix}$, $V = \begin{pmatrix} 2 \\ -m-1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *et* $W = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

a- Montrer que U, V *et* W sont des vecteurs propres de A.

b- A est-elle diagonalisable si $m = 1$?

c- A est-elle diagonalisable si $m = 2$?

3) Dans cette question $m \in \mathbb{R} - \{1,2\}$

a- Montrer que $\mathcal{B} = \{U, V, W\}$ est une base de $\mathbb{R}^3$.

b- Montrer que A est diagonalisable et trouver une matrice D diagonale telle que $P^{-1}AP = D$ (on ne demande pas de calculer P^{-1})

4) Trouver m pour que $dét(A) = 8$ et $Tr(A) = 7$.

5) Dans cette question on prend $m = 4$. Calculer A^n avec $n \in \mathbb{N}^*$(utiliser la question 3-b).

6) Soient $(U_n), (V_n)$*et* (W_n) les suites vérifiant :

$$\begin{cases} U_{n+1} = 4U_n \qquad - 4W_n \\ V_{n+1} = -2U_n + 2V_n + 4W_n \\ W_{n+1} = 2U_n + 2V_n + 8W_n \end{cases} \quad avec\ U_0 = V_0 = 1\ et\ W_0 = 0$$

Exprimer U_n, V_n *et* W_n en fonction de n.

Bon courag