

**Exercice 1 (9 points)**

Juin 2015

Le tableau suivant donne la répartition des exploitations agricoles d'une région donnée selon la superficie (en hectares),

Superficies (hectares)	n_i Nombre d'exploitations	f Fréquences relatives	$F_i \uparrow$ fréquences cumulées croissantes
[0-6[	60		0,15
[6-10[			
[10-20[	140		
[20-40[		...	0,85
[40-70[			
Total	N		

- 1) Compléter le tableau sachant que le quatrième décile est égal à 10 hectares. (2pts)
- 2) Déterminer la classe modale. (1pt)
- 3) Déterminer le 1^{er} quartile et le 9^{ème} décile. Donner une interprétation de chacun de ces paramètres. (2pts)
- 4) Calculer le pourcentage des exploitations dont la superficie est comprise entre 8 ha et 25 ha. (1,5 pt)
- 5) Déterminer le nombre d'exploitations ayant une superficie comprise entre la médiane et le 3^{er} quartile (1,5pt)
- 6) Calculer l'écart type de cette distribution. (1pt)

Exercice 2 (5 points)

La longueur d'une tige métallique produite par une machine est une variable aléatoire X qui admet pour densité de probabilité :

$$f(x) = \lambda x^4 \quad \text{si} \quad 0 < x < 1$$

$$= 0 \quad \text{sinon} \quad \text{où } \lambda \text{ est une constante positive.}$$

- 1) Déterminer λ . (0,5pt)
- 2) Déterminer la fonction de répartition de X . (1pt)
- 3) Déterminer $E(X)$ et $V(X)$. (1pts)
- 4) Calculer $P(X < 0,5)$. (0,5pt)
- 5) On pose $Y = -\text{Log}(X)$. Déterminer la loi de Y . En déduire son espérance et sa variance (2pt).

Exercice 3 (3 points)

Soit X une variable aléatoire discrète de fonction de probabilité $f(x) = \frac{c e^{-2x}}{x!} \forall x \in \{1, 2, 3, \dots, \infty\}$, où c est une constante positive. Montrer que $c = \frac{1}{1 - e^{-2}}$.

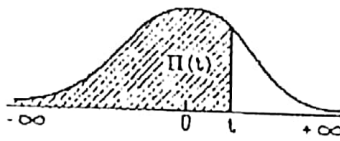
Exercice 4 (3 points)

Une équipe de tennis doit commander des tenues pour adultes en 3 tailles L, XL et XXL. Ces trois tailles correspondent à une gamme de poids :

moins de 60kg : taille L,
entre 60 et 86kg : taille XL,
plus de 86kg : taille XXL.

On suppose que le poids d'un adulte pratiquant le tennis est une variable aléatoire qui suit la loi Normale de moyenne 73kg et de variance 169. Comment cette équipe doit-elle répartir ses achats en % entre les 3 tailles ?

1. TABLE DE LA LOI DE LAPLACE-GAUSS : *Normal*
(Probabilité de trouver une valeur inférieure à x)



$$\pi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-t^2/2} dt$$

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE x

x	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$F(x)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Rem. — La table donne les valeurs de $F(x)$ pour x positif. Lorsque x est négatif, il faut prendre le complément à l'unité de la valeur lue dans la table.

Exemples : pour $x = 1,37$ $F(x) = 0,9147$
pour $x = -1,37$ $F(x) = 0,0853$