



Exercice 1 (5 points)

On considère deux urnes : Une urne blanche contenant 2 boules rouges et 4 jaunes ; et une urne noire contenant 10 boules dont 6 sont rouges.

Un jeu consiste à lancer un dé équilibré : si le numéro obtenu est inférieur ou égal à 5, vous tirez au hasard, successivement et avec remise, 2 boules de l'urne blanche ; si le résultat est strictement supérieur à 5, vous tirez au hasard, successivement et avec remise, 2 boules de l'urne noire.

- 1) Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules rouges ?
- 2) Sachant qu'aucune boule tirée n'est rouge, Quelle est la probabilité que vous ayez tiré les boules de l'urne noire. ?

Exercice 2 (7 points)

Une urne contient 4 boules numérotées de 1 à 4.

On tire au hasard et sans remise deux boules dans l'urne et on note par X la variable aléatoire égale au nombre de boules portant des numéros impairs tirées.

- 1) Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
- 2) Calculer $E(X)$ et $V(X)$.
- 3) Déterminer la fonction de répartition de la variable X.
- 4) Calculer $P(X = 3)$ et $P(1 < X \leq 2)$.
- 5) On tire, maintenant, au hasard et sans remise trois boules dans l'urne et on note par Y la variable aléatoire égale au nombre de boules portant des numéros impairs restantes dans l'urne. Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire Y. En déduire son $E(Y)$ et $V(Y)$. (2 points).

Exercice 3 (8 points)

Soit X une variable aléatoire continue admettant pour densité la fonction :

$$f(x, k) = \begin{cases} 2k(1-x) & \text{si } -1 \leq x \leq 0 \\ 1-k & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où k est un paramètre de valeur inconnue $0 < k < 1$

- 1) Déterminer le réel k pour que $f(x)$ soit une densité de probabilité.
- 2) Calculer l'espérance mathématique de X.
- 3) Calculer la variance de X.
- 4) Déterminer la fonction de répartition de X. En déduire $P(X < 0,5)$.
- 5) Soit $Y = -2X + 1$, une transformation monotone de X. Déterminer L'espérance de Y et la variance de Y.