IHEC Carthage

Mai 2015
1ère année LAG

STATISTIQUE ET PROBABILITE

SESSION PRINCIPALE - DUREE : 2 HEURES – NOMBRE DE PAGES : 2

Partie A : Statistique Descriptive

Exercice 1 : (6 points)

On a relevé durant l'année 2007, le nombre de connexions (X) et le nombre de commandes (Y) de 10 sites de commerce électronique.

On fournit les informations suivantes :

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 1000 \qquad \sum_{i=1}^{10} y_i = 500 \qquad \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 102500 \qquad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 28600 \qquad \sum_{i=1}^{10} x_i\, y_i = 52850$$

1) Déterminer l'équation de régression de Y en X par la méthode de moindres carrées ordinaires (MCO). **(2 points)**
2) Calculer le coefficient de corrélation entre X et Y. Interpréter le résultat. **(1,5points)**
3) Quel serait le nombre de commandes prédit par la régression pour un nombre de connexions égal à 70 ? **(0,5 point)**
4) Supposons que sur une période de 7 ans (entre 2007 et 2014), le nombre de connexions a augmenté de 8% les deux premières années, puis il a diminué de 2% l'année d'après, et enfin il a subit une augmentation annuelle de 3% pendant les quartes derniers années.
   a) Quel est, en pourcentage, le taux d'accroissement annuel moyen du nombre de connexions entre 2007 et 2014 ? **(1 point)**.
   b) Sachant que le nombre de commandes a subit le même accroissement annuel moyen que le nombre de connexions. Quel est en 2014 la droite des moindres carrées ordinaires du nombre de commandes sur le nombre de connexions ? **(1 point)**

Exercice 2 : (4 points)

Le tableau suivant donne la répartition d'une chaine de 100 magasins de matériels informatique selon leur chiffre d'affaire en milliers de dinars (MD) :

Chiffre d'affaire (MD)	[0 - 5[	[5 - 10[	[10 - 20[	[20 - 35[	[35 -65[
Effectifs	5	20	40	26	9

1) Représenter la distribution de cette variable, et donner son mode. **(1,5 points)**
2) Calculer la moyenne et la médiane et interpréter le résultat **(1 point)**.
3) Calculer l'intervalle interquartile et donner sa signification.**(1 point)**.
4) La direction de la chaine de magasin décide d'attribuer une prime aux salariés des établissements qui ont réalisé un chiffre d'affaire supérieur à 45 000D. Estimer le nombre de magasins qui sont concernés par la prime. **(0,5 point)**

Partie 2 : PROBABILITES (10 points)

Exercice 1 (3 points)

Une entreprise dispose de 1000 machines. On suppose que la probabilité qu'une machine tombe en panne en une journée est de 0.004. On suppose de plus que les pannes sont indépendantes les unes des autres. Soit X le nombre de pannes en une journée.

1) Déterminer la loi de X et en déduire E(X) et VarX

2) Par quelle loi peut-on approximer celle de X ? En déduire $P(X=2)$ et $P(X \leq 2 / X \geq 1)$

Exercice 2 (4,5 points)

Soit X une variable aléatoire de densité de probabilité définie par :

$f(x)=3x^2$ si $0 \leq x \leq 1$

$f(x)=0$ sinon

1) Vérifier que f est bien une densité de probabilité

2) a. Calculer E(X) et VarX

b. On pose $Y=4X-3$ calculer E(Y) et VarY

3) Déterminer la fonction de répartition F de X

4) Calculer $P(X \leq \frac{1}{2})$

$P(\frac{1}{4} \leq X \leq \frac{1}{2})$

$P(X \geq \frac{1}{4} / X \leq \frac{1}{2})$

NB. Donner vos résultats sous forme de fraction

Exercice 3 (2,5 points)

On suppose que la durée de vie d'un composant électrique X est une variable normale, d'espérance 2000 et d'écart type 200.

Calculer

1) la probabilité que la durée de vie de ce composant soit inférieure à 2400

2) la probabilité que la durée de vie de ce composant soit supérieure à 2000

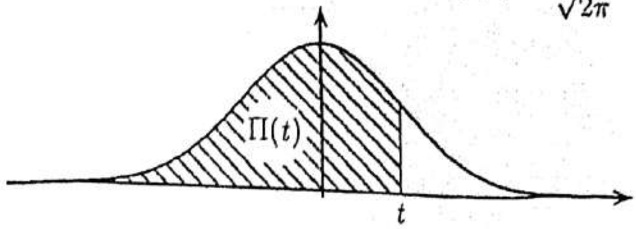
3) la probabilité que la durée de vie de ce composant soit comprise entre 2000 et 2400

4) Déterminer la constante k pour que $P(X \leq k)=0,975$

Extrait de la table de la fonction intégrale de la loi normale centrée réduit $\mathcal{N}(0;1)$

La loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$ est la loi de probabilité de densité $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$

$$\Pi(t) = P(X \leqslant t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\,dx$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0.0	0.5	0.5039	0.5079	0.5119	0.5159	0.5199	0.5239	0.5279	0.5318	0.5358
0.1	0.5398	0.5437	0.5477	0.5517	0.5556	0.5596	0.5635	0.5674	0.5714	0.5753
0.2	0.5792	0.5831	0.587	0.5909	0.5948	0.5987	0.6025	0.6064	0.6102	0.614
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.633	0.6368	0.6405	0.6443	0.648	0.6517
0.4	0.6554	0.659	0.6627	0.6664	0.67	0.6736	0.6772	0.6808	0.6843	0.6879
0.5	0.6914	0.6949	0.6984	0.7019	0.7054	0.7088	0.7122	0.7156	0.719	0.7224
0.6	0.7257	0.729	0.7323	0.7356	0.7389	0.7421	0.7453	0.7485	0.7517	0.7549
0.7	0.758	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7733	0.7763	0.7793	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.791	0.7938	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8105	0.8132
0.9	0.8159	0.8185	0.8212	0.8238	0.8263	0.8289	0.8314	0.8339	0.8364	0.8389
1.0	0.8413	0.8437	0.8461	0.8484	0.8508	0.8531	0.8554	0.8576	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8707	0.8728	0.8749	0.8769	0.8789	0.8809	0.8829
1.2	0.8849	0.8868	0.8887	0.8906	0.8925	0.8943	0.8961	0.8979	0.8997	0.9014
1.3	0.9031	0.9049	0.9065	0.9082	0.9098	0.9114	0.913	0.9146	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9221	0.9236	0.925	0.9264	0.9278	0.9292	0.9305	0.9318
1.5	0.9331	0.9344	0.9357	0.9369	0.9382	0.9394	0.9406	0.9417	0.9429	0.944
1.6	0.9452	0.9463	0.9473	0.9484	0.9494	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9544
1.7	0.9554	0.9563	0.9572	0.9581	0.959	0.9599	0.9607	0.9616	0.9624	0.9632
1.8	0.964	0.9648	0.9656	0.9663	0.9671	0.9678	0.9685	0.9692	0.9699	0.9706
1.9	0.9712	0.9719	0.9725	0.9731	0.9738	0.9744	0.975	0.9755	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9777	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9807	0.9812	0.9816
2.1	0.9821	0.9825	0.9829	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9849	0.9853	0.9857
2.2	0.986	0.9864	0.9867	0.9871	0.9874	0.9877	0.988	0.9883	0.9886	0.9889
2.3	0.9892	0.9895	0.9898	0.99	0.9903	0.9906	0.9908	0.9911	0.9913	0.9915
2.4	0.9918	0.992	0.9922	0.9924	0.9926	0.9928	0.993	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9937	0.9939	0.9941	0.9942	0.9944	0.9946	0.9947	0.9949	0.995	0.9952
2.6	0.9953	0.9954	0.9956	0.9957	0.9958	0.9959	0.996	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.997	0.9971	0.9971	0.9972	0.9973
2.8	0.9974	0.9975	0.9975	0.9976	0.9977	0.9978	0.9978	0.9979	0.998	0.998
2.9	0.9981	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986

Table pour les grandes valeurs de t

t	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.8	4.0	4.5
$\Pi(t)$	0.99865	0.99903	0.99931	0.99951	0.99966	0.99976	0.99984	0.99992	0.99996	0.99999