I.H.E.C Carthage **Série N° 1** 1ère L.F.G et L.A.G

2018-2019

Exercice 1 :

On utilisant les nombres dérivées calculer les limites suivantes :

1) a/ $\lim_{x \to 0}\left[\frac{(1-2x)^n - 1}{x}\right]$ et $\lim_{x \to 0}\left[\frac{(1-x^2)^n - 1}{x}\right]$

b/ déduire $\lim_{x \to 0}\frac{(1-2x)^n - (1-x^2) + 3^n x}{2x(x+1)}$

2) $\lim_{x \to 0}\left(\frac{a^x - b^x}{x}\right)$ ou $a \rangle 0$ et $b \rangle 0$

Exercice n°2 :

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \frac{e^{ax} + e^{-ax}}{e^{ax} - e^{-ax}}$ $(a \in \mathbb{R})$ 2) $f(x) = (x^2 - 1)\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

3) $f(x) = \frac{1}{(a+x)^n.(b+x)^n}$

4) $f(x) = (\frac{x^2}{x-1}).e^{\frac{1}{x}} x \in \mathbb{R}^* - \{1\}$; 5) $f(x) = \left|\frac{x+1}{x}\right|^{\frac{x+1}{x}}$

6) $f(x) = \frac{x^{x+1}}{(x+1)^2}$ où $x > 0$ 7) $f(x) = ln[\ln[\ln x]]$

e(2

g

Exercice 3 :

En utilisant une dérivée logarithmique déterminer les dérivée des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \frac{(x^2 - x + 3)^{2018}}{2019(x^2 - x + 4)^4}$ **2)** $f(x) = \frac{(x+1)^2\sqrt{1+x^2}}{(x+2)^3}$

3) $f(x) = \frac{(1+6x-3x^2)^{\frac{1}{3}}.(x^2+x-1)^{\frac{3}{7}}}{\sqrt{1+x^2}}$ **4)** $f(x) = \frac{x^2(1-x^2)^2}{(1+x^2)^{\frac{5}{3}}}$

5) $f(x) = \frac{(x-1)\sqrt{x^2 - 2x + 26}}{(x^2+1)^4}$ $f(x) = \frac{x^\alpha (\ln x)^\beta .e^{ax}}{(x^2+1)^4}$

Exercice 4 :

On donne $f(x) = x^2\sqrt{3x-5}$ et $g(x) = \frac{e^{x+1}\sqrt{x+2}}{(2x+1)^{\frac{1}{4}}}$ où $x > 0$

1°/ ***a)*** Calculer $f'(x)$ pour $(x > \frac{5}{3})$

b) Déterminer une valeur approchée de $f(1,99)$ (donner deux façons)

2°/ ***a)*** Donner une valeur rapprochée de l'accroissement de f lorsque x passe de 3 à 2,96.

||

b) Déterminer la variation relative de f quant x augmente de 3 % à partir de 3 (faire un calcul approché)

3°/ *a)* Déterminer la dérivée logarithmique de g

b) Déduire l'élasticité de g par rapport a x en 2.

c) Déterminer la variation relative de g lorsque x diminue de 5% a partir de 2.

Exercices 5 :

Soit $f(x)=\ln\frac{2}{x}$; $g(x)=2\ln(x-1)$; $h(x)=x^2-\ln x$

1°/ Etudier la convexité de f sur $]0,+\infty[$ puis déduire pour tout a et b de $]0,+\infty[$ on a $(\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab})$

2°/ *a)* Déterminer le domaine D de g

b) g est elle convexe ou en concave sur D ?

c) Déduire $\forall(a,b)\,D^2$ on a $(\frac{a+b}{2}-1)^2\geq(a-1)(b-1)$

3°/ *a)* Montrer que h est convexe sur son domaine.

b) Déduire $(\forall x>0)$ on a $x^2-\;\ln x\geq(\;x-\;)$

c) Montrer que $\forall a$ et b de $\mathbb{R}_+^*$ on a $\ln\left[\frac{4ab}{(a+b)^2}\right]\leq(a-b)^2$

Exercices 6 :

Soit $f(x)=(\frac{\ln x}{x-\ln x})$; $g(x)=2\ln(1+x)-\frac{x}{x+1}-\sqrt{x+1}$; $\cancel{h(x)=\ln(\frac{e^{2x}-1}{x})}$ $H(x)=\ln(x+\sqrt{x})$

1°/ *a)* Ecrire le développement limité de f a l'ordre 2 au voisinage de 1 puis déduire la tangente (T_1) à la C_f au point 1 et sa position avec le graphe.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-(x-1)}{(x-1)^2}$

c) Calculer une valeur approché de $f(1{,}01)$ sans précision ⟺ l'affine

2°/ *a)* Ecrire le développement limité de g a l'ordre 2 au voisinage de 0 de g

b) Déterminer la tangente (T_0) et sa position avec C_g

c) calculer $\lim\limits_{x\to0}\left[\frac{g(x)+1-\frac{5}{2}x}{x^2}\right]$.

3°/ *a)* Calculer $\lim\limits_{x\to0}h(x)$ notée $h(0)$

b) Ecrire le développement limité a l'ordre 2 au voisinage de 0 de h et déduire la tangente (T_0) a la courbe de h ainsi que sa position C_h

c) calculer $\lim\limits_{x\to0}\left[\frac{h(x)-x-\ln 2}{x^2}\right]$