IHEC Carthage

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2014/2015

STATISTIQUES & PROBABILITE
1ère Année L.F.G-LAG

SÉRIE N°3 : les lois usuelles discrètes et continues

Exercice 1 :

Soit X une variable aléatoire continue uniformément distribuée sur $[a, b] \subset IR$.
Soit f(x) sa densité de probabilité.

1- Déterminer f(x).
2- Déterminer la fonction de répartition
3- Représenter graphiquement f(x) et F(x).
4- Déterminer E(X), V(X) et la valeur médiane de X.
5- Calculer $P(\alpha \leq X \leq \beta)$

Exercice 2 :

Soit X une variable aléatoire normale de moyenne m et d'écart-type σ .

1- Calculer par m=13 et σ =0,1 : P (13<X<13,2), P(X<13) et P(X>13,7).
2- Soit Y~N $(10, \sigma^2)$. Déterminer σ pour que : P (7<Y<13)=0,3
3- Soit X1~N(5,2) et X2~N(20,5). Déterminer K de façon à ce que l'on ait : P(X1<10)=P(X2<K).

Déterminer la loi de X1+X2, la loi de X1-X2 et la loi de α X1+ β X2 pour α et $\beta \in IR^*$.

Exercice 3 :

60% des étudiants ont obtenu une bonne note à l'examen. On sélectionne un échantillon de 10 étudiants.

1- Définissez la variable aléatoire X et identifier sa distribution..
2- Déterminer la fonction de répartition.
3- Calculer les probabilités suivantes :
   - Les dix étudiants ont une bonne note.
   - Cinq étudiants ont une bonne note.
   - Moins de cinq étudiants ont une bonne note.
   - Au moins cinq étudiants ont une bonne note.
4- Calculer l'espérance mathématique et la variance.
5- Calculer l'espérance mathématique et la variance en utilisant la fonction génératrice des moments
6- Calculer la valeur médiane et la valeur modale

Exercice 4:

Sachant que le nombre *moyen* de communications téléphoniques reçues par un « standard » entre 10h et 11h est 1,8 par minute ; calculer la probabilité pour qu'entre 10h53 et 10h54, il y ait :

1. aucun appel
2. un appel
3. deux appels
4. au moins deux appels
5. plus de deux appels
6. deux, trois ou quatre appels

Exercice 5 :

Des études scientifiques ont montré que 15% des individus d'une population souffrent d'une maladie liée au aux changements climatiques. On tire un échantillon aléatoire composé de 100 personnes à partir de cette population.

Soit alors X la variable aléatoire « nombre de personnes malades de l'échantillon choisi »

1- Déterminer la loi de X et donner sa fonction de densité ?

2- Calculer l'espérance et la variance mathématique de X. En déduire son écart-type.

3- Calculer la probabilité qu'il n'y ait aucun malade dans cet échantillon.

Exercice 6 :

Le délai de livraison d'une pièce métallique à chaine de production est une variable aléatoire X normalement distribuée d'espérance de 30 (jours) et d'écart-type 5 (jours).

1-

a- Quelle la probabilité pour que le délai soit inférieur à 36 jours ?

b- Quelle la probabilité pour que le délai soit supérieur à 28 jours ?

c- Quelle la probabilité pour que le délai soit compris entre 24 et 36 jours ?

2- Déterminer la constante β tel que $P(|X-30| \leq \beta) = 95\%$.

3- Déterminer la constante α tel que $P(X > \alpha) = 5\%$.

Exercice 7 :

On considère une variable aléatoire X qui admet la fonction suivante:

$$f(x) = \beta e^{-\frac{x}{a}}$$

Avec $x \geq 0$ et a et $\beta > 0$

1- Déterminer la valeur de β pour que f(x) soit une d.d.p

2- Calculer sa fonction de répartition F(x) ?

3- Calculer E(X) et V(X)

4- Déterminer les probabilités suivantes : $P(X > 3)$, $P(X = 6)$ et $P(5 \leq X \leq 8)$