I.H.E.C Carthage **Série 4 :** 1ères L.F.G & L.A.G

On considère les intégrâtes suivantes :

$$I_1 = \int \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 2}dx \; ; \; I_2 = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^{2x}}{e^x - 1}dx \; ; \; I_3 = \int \frac{x \ln x}{(x^2+1)^2}dx \; ; \; I_4 = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^{2x}+1}{e^x - e^{-x}}dx \; ;$$

$$I_5 = \int \frac{1}{(x-1)\sqrt{x^2-3x+2}}dx \text{ ; où } x > 2 \; ; \; I_6 = \int_3^8 \frac{\sqrt{x+1}}{x}dx \; ; \; I_7 = \int_0^5 x\sqrt[3]{x+3}dx \; ; \; I_8 = \int \frac{dx}{(x^2+2x-3)^2}$$

$$I_9 = \int \frac{x^2+1}{x^2(x^2-1)}dx \; ; \; I_{10} = \int \frac{1}{x^2}\ln\left(x - \frac{1}{x}\right)dx$$

1°/ a) Calculer I_1

b) En posant t = e^x calculer I_2

c) Déterminer a, b et c tels que pour $t \in \mathbb{R}\setminus\{1,-1\}$

$\frac{t^2+1}{t^2-1} = a + \frac{b}{t-1} + \frac{c}{t+1}$ puis déduire I_4 en posant $t = e^x$

2°/ a) Déterminer les réels a,b et c tells que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$ si a $\frac{1}{x(x^2+1)} = \frac{a}{x} + \frac{bx+C}{x^2+1}$ puis déduire

I_3 au moyen d'une intégration par parties.

b) En posant t= $\frac{1}{x-1}$ calculer I_5.

c) A l'aide d'un changement de variable approprie calculer I_6 et I_7.

3°) vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R} / \{-3,1\}$ si a $\frac{1}{(x^2+2x-3)^2} = \frac{1}{32}\left[\frac{2}{(x-1)^2} - \frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x+3)^2} + \frac{1}{x+3}\right]$ puis déduire I_8

4)a) Déterminer les réels a,b et c tels que pour tout $x \in \mathbb{R}\{-1,0,1\}$ on a $\left(\frac{x^2+1}{x^2(x^2-1)} = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x+1}\right)$

b)A l'aire d'une intégration par parties. Calculer I_{10}

FIN