

Chapitre II : Les intérêts composés

Exercice 4 :

Le taux d'intérêt annuel est de 7%. Calculer la valeur acquise par le placement d'un capital de 2500 dinars pendant 2 ans et 8 mois, avec capitalisation des intérêts :

- 1) annuelle.
- 2) mensuelle.
- 3) Quel est le taux mensuel équivalent au taux annuel de 7% qui donne la même valeur acquise qu'à la question 1?

1) Ce placement a une durée de 2 ans et 8 mois, $n = 2 + 8/12$ années.

Donc la valeur acquise est : $V_2 = 2500 (1.07)^{(2 + (8/12))} = 2994,309$ dinars.

2) Ce placement a une durée de 2 ans et 8 mois, $n = 32$ mois. Puisqu'il s'agit de capitalisation mensuelle des intérêts, il faut convertir le taux annuel en taux mensuel proportionnel. Dans ce cas, i sera égale à $7\%/12 = 0,07/12$.

Donc la valeur acquise est : $V_{32} = 2500 (1 + 0.07/12)^{32} = 3011,430$ dinars.

3) Il s'agit de chercher le taux mensuel équivalent au taux annuel de 7%.

$$2500(1 + im)^{32} = 2500 (1.07)^{(2 + 8/12)} = 2994,309 \rightarrow (1 + im)^{32} = (1.07)^{(2 + 8/12)}$$

$$\rightarrow (1 + im)^{32} = (1.07)^{(8/3)} \rightarrow (1 + im) = ((1.07)^{(8/3)})^{(1/32)} \rightarrow (1 + im) = ((1.07)^{(1/12)})$$

$$\Rightarrow im = ((1.07)^{(1/12)} - 1) \rightarrow im = 0,00565 = 0,56 \%$$

Chapitre II : Les intérêts composés

5. Valeur actuelle à intérêts composés :

La valeur actuelle est la somme qu'il faut placer maintenant à intérêts composé pour obtenir une valeur acquise « V_n » après « n » périodes de placement. C'est le processus inverse de la capitalisation qu'on appelle actualisation.

$$V_0 = V_n (1 + i)^{-n} = V_n / (1+i)^n$$

V_n : la valeur acquise, V_0 : le capital placé ou la valeur actuelle, i : Le taux d'intérêt, n : Le nombre de périodes.

Exercice d'application :

Quelle somme faut-il placer maintenant, à intérêts composés au taux d'intérêt annuel de 7%, pour obtenir dans 4 ans une somme de 75 000 dinars?

$$V_0 = V_n (1+i)^{-n} = 75\,000 (1,07)^{-4} = 57\,217,140 \text{ dinars.}$$

Chapitre II : Les intérêts composés

Exercice 5 :

Compléter le tableau suivant :

Durée	Taux d'intérêt	Capital	Valeur acquise
.....	7% l'année	22 500	50 674,31
20 ans	3% le semestre	6 000	
.....	7,5% l'année	17 000	20 004,05
5 ans et 9 mois		20 000	29 807,23

Chapitre II : Les intérêts composés

Exercice 5 : (Correction)

1^{ère} ligne du tableau : On doit chercher la durée n pour un placement à intérêts composés qui donne une valeur acquise de 50 674,31 dinars à partir d'un capital de 22 500 sachant un taux annuel de 7%.

$$V_n = V_0 (1+i)^n \rightarrow (1+i)^n = V_n / V_0 \rightarrow (1,07)^n = 50\,674,31 / 22\,500$$

$$\rightarrow \ln((1,07)^n) = \ln(50\,674,31 / 22\,500) \quad (\ln(a^n) = n \cdot \ln(a))$$

$$\rightarrow n \ln(1,07) = \ln(50\,674,31 / 22\,500)$$

$$\rightarrow n = \ln(50\,674,31 / 22\,500) / \ln(1,07) \rightarrow n = 11,9999 \text{ années} \sim 12 \text{ ans.}$$

2^{ème} ligne du tableau : On cherche à calculer la valeur acquise par le placement d'un capital de 6 000 dinars durant 20 ans sachant un taux d'intérêt semestriel de 3%. Il s'agit d'une capitalisation semestrielle des intérêts.

$$n = 20 \text{ ans} = 20 \times 2 \text{ semestres} = 40 \text{ semestres.}$$

$$V_n = V_0 (1+i)^n = 6000 (1,03)^{40} = 19\,572,226 \text{ dinars.}$$

Chapitre II : Les intérêts composés

Exercice 5 : (Correction- Suite)

3^{ème} ligne du tableau : On doit chercher la durée n pour un placement à intérêts composés qui donne une valeur acquise de 20 004,05 dinars à partir d'un capital de 17 000 sachant un taux annuel de 7,5%.

$$V_n = V_0 (1+i)^n \rightarrow (1+i)^n = V_n / V_0 \rightarrow (1,075)^n = 20\,004,05 / 17\,000$$

$$\rightarrow \ln((1,075)^n) = \ln(20\,004,05 / 17\,000) \quad (\ln(a^n) = n \cdot \ln(a))$$

$$\rightarrow n \ln(1,075) = \ln(20\,004,05 / 17\,000)$$

$$\rightarrow n = \ln(20\,004,05 / 17\,000) / \ln(1,075) \rightarrow n = 2,24999 \text{ années} \sim 2,25 \text{ années} \sim 2 \text{ ans et un trimestre.}$$

4^{ème} ligne du tableau : On cherche à déterminer le taux d'intérêt annuel qui permet de nous donner une valeur acquise de 29 807,23 à partir d'un capital de 20 000 dinars qu'on place durant 5 ans et 9 mois. $n = 5 + (9/12) \text{ années} = 23/4 \text{ années}$

$$V_n = V_0 (1+i)^n \rightarrow (1+i)^n = V_n / V_0 \quad (\text{on met puissance } (1/n) \text{ des deux cotés})$$

$$\rightarrow (1+i) = (V_n / V_0)^{(1/n)} \rightarrow 1+i = (29\,807,23 / 20\,000)^{(4/23)} = 1,07185$$

$$\rightarrow i = 0,07185 = 7,18\%.$$

Chapitre II : Les intérêts composés

Exercice 6 :

Une personne doit régler une dette de 45 000 dinars dans 4 ans. Combien paierait-elle si elle réglait sa dette :

- 1) Dans 2 ans
- 2) Dans 7 ans

Sachant qu'il s'agit d'un taux d'intérêt annuel de 11,5%.

1) Si elle paierait sa dette dans 2 ans au lieu de 4 ans, La personne aura à payer une somme égale à la valeur de la dette 45 000 dinars actualisée sur 2 ans (4^{ème} – 2^{ème} année).

C'est à dire $45\,000 (1,115)^{-(4-2)} = \mathbf{36\,196,183\text{ dinars.}}$

2) Si cette personne paierait sa dette dans 7 ans au lieu de 4 ans, elle aura à payer une somme égale à 45 000 capitalisé sur 7 ans – 4 ans = 3 ans. C'est la valeur préalable de cette dette qui augmentera par les intérêts.

Donc la valeur de la dette sera de $45\,000 (1,115)^3 = \mathbf{62\,378,814\text{ dinars.}}$

Chapitre II : Les intérêts composés

Exercice 7 :

Une personne place un capital de 30 000 dinars au taux d'intérêt semestriel (i). Deux ans après, elle retire 10 000 dinars. Deux ans après ce retrait, elle dispose d'un solde qui s'élève à 29 358,486 dinars.

- 1) Calculer le taux d'intérêt semestriel.
- 2) Donner le taux d'intérêt annuel équivalent à celui de ce placement.

Examanet.net