Institut Des Hautes Etudes Commerciales de Carthage

Enseignante: Oumayma Melki	Test: Statistique inductive	Nom:	Prénom:	Groupe:

Partie théorique:

Cocher la bonne réponse et donner votre justification:

Question 1: soit X une variable aléatoire de moyenne (m) et de variance σ^2. On considère un échantillon aléatoire de taille (n). Soit $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ l'estimateur de moyenne (m) de X. On appelle $\sigma_{\bar{X}_n}$ l'écart-type de $\bar{X}_n$ correspondant à un échantillon de taille (n). Laquelle des affirmations suivantes est juste:

A - $\sigma_{\bar{X}_{50}} < \sigma_{\bar{X}_{30}}$

2

B - $\sigma_{\bar{X}_{50}} = \sigma_{\bar{X}_{30}}$

C - $\sigma_{\bar{X}_{50}} > \sigma_{\bar{X}_{30}}$

D - $\sigma_{\bar{X}_{30}} = \sigma$

Question 2: Soit X une variable aléatoire de moyenne (m) et de variance σ^2. On considère un échantillon aléatoire de taille (n). Soit $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ l'estimateur de moyenne (m) de X. Laquelle des affirmations suivantes est juste:

A - L'estimateur $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ de la variance σ^2 est non biaisé

2

B - Un estimateur convergent est toujours non biaisé.

C - L'estimateur $\bar{X}$ de la moyenne (m) est un estimateur non biaisé et non convergent.

D - Un estimateur non biaisé dont la variance tend vers zéro quand (n) tend vers l'infini est un estimateur convergent.

Exercice:

I. Une variable aléatoire X suit une loi normale d'espérance mathématique (m) et de variance σ^2. Soit $(X_1 \dots\dots X_n)$ un échantillon de la variable X.

1) Déterminer la loi de :

1,5

$$\frac{\sum_{i=1}^{n-1} X_i}{n-1}, \qquad \sum_{i=1}^{n-1}\frac{(X_i-\bar{X})^2}{\sigma^2}, \qquad n\frac{(\bar{X}-m)^2}{\sigma^2}$$

2) Déterminer un estimateur de (m) par la Méthode de Maximum de vraisemblance.

2

II. Soit $((X_1 \dots\dots X_n)$ un échantillon de taille n de la variable X qui admet pour espèrance mathématique $E(X)=m$ et pour la variance $V(X)=\sigma^2$.

1

3) Déterminer $E(\bar{X})$ et $V(\bar{X})$

4) Déterminer la loi de $Z=\sum_{i=1}^{n}\frac{(X_i-m)^2}{\sigma^2}$

1,5

5) Déterminer $E(Z)$ et $V(Z)$.

Scanned by CamScanner