Correction première partie

Première question (1.5 points)

(a) (i) $\sigma_p^2 = \lambda_0 + \lambda_1 r_p + \lambda_2 r_p^2$ avec : $\lambda_0 = \dfrac{a}{ac-b^2}$; $\lambda_1 = \dfrac{-2b}{ac-b^2}$ et $\lambda_2 = \dfrac{c}{ac-b^2}$

$$a = R'V^{-1}R = \begin{bmatrix}0{,}08 & 0{,}12 & 0{,}14\end{bmatrix}\begin{bmatrix}20 & 0 & 0\\ 0 & 12{,}15 & 0\\ 0 & 0 & 10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0{,}08\\ 0{,}12\\ 0{,}14\end{bmatrix} = 0{,}504 \text{ ;}$$

$$b = R'V^{-1}I = \begin{bmatrix}0{,}08 & 0{,}12 & 0{,}14\end{bmatrix}\begin{bmatrix}20 & 0 & 0\\ 0 & 12{,}15 & 0\\ 0 & 0 & 10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 1\end{bmatrix} = 4{,}5 \text{ ;}$$

$$c = I'V^{-1}I = \begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}20 & 0 & 0\\ 0 & 12{,}15 & 0\\ 0 & 0 & 10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 1\end{bmatrix} = 42{,}5$$

$$ac - b^2 = 1{,}17 \Rightarrow \lambda_0 = 0{,}430769 ; \lambda_1 = -7{,}692308 \, et \; \lambda_2 = 36{,}324786$$

$\sigma_p^2 = 0{,}430769 - 7{,}692308 r_p + 36{,}324786 r_p^2$ 0.5 point

$$\sigma_p^2 = 0{,}430769 - 7{,}692308\, r_p + 36{,}324786\, r_p^2 \Rightarrow \frac{\partial \sigma_p^2}{r_p} = 0 \Rightarrow r_0 = \frac{7{,}692308}{2 \times 36{,}324786} = 10{,}588\%$$

$r_0 = 10{,}588\%$ 0.25 point

$$\sigma_p^2 = 0{,}430769 - 7{,}692308(0{,}10588) + 36{,}324786(0{,}10588)^2 = 0{,}0235294 \Rightarrow \sigma_0 = 15{,}34\%$$

$\sigma_p^2 = 0{,}0235294 \Rightarrow \sigma_0 = 15{,}34\%$ 0.25 point

(b) $X_0 = \dfrac{V^{-1}I}{c} = \begin{bmatrix}0{,}470588\\ 0{,}294118\\ 0{,}235294\end{bmatrix}$ 0.5 point

Deuxième question (0,5 point)

$X_1 = \dfrac{V^{-1}R}{b} = \begin{bmatrix}0{,}355556\\ 0{,}333333\\ 0{,}311111\end{bmatrix}$ 0.25 point

$r_1 = \dfrac{a}{b} = \dfrac{0{,}504}{4{,}5} = 11{,}2\%$; $\sigma_1^2 = \dfrac{a}{b^2} = 0{,}024888 \Rightarrow \sigma_1 = 15{,}776\%$ 0.25 point

Troisième question (0,5 point)

On calcule la variance d'un portefeuille efficient dont le rendement est de 12%, ce qui donne $\sigma_p^2 = 3{,}077\%$ 0.25 point ; Le portefeuille en question a un rendement de 12%, exactement comme le titre deux, mais un risque de 3,077% qui ne présente que 61,54% de celui du même titre dont le risque est de 8%. Voici donc l'intérêt du modèle de Markowitz. 0. 25 point

Quatrième question (1,5 points)

(a)

1ère méthode

$$X_p^* = \frac{b}{Av}(X_1 - X_0) + X_0 \Rightarrow r_p = \frac{b}{Av}(r_1 - r_0) + r_0 \Rightarrow 0{,}12 = \frac{4{,}5}{Av}(0{,}112 - 0{,}10588) + 0{,}10588 \Rightarrow Av = 1{,}9504$$

$Av = 1{,}9504$ 0. 5 point

2ème méthode

$$\left(\frac{d\sigma_P^2}{dR_P}\right)_{CI} = \left(\frac{d\sigma_P^2}{dR_P}\right)_{FE}$$

$$\frac{2}{Av} = 72.65R_P - 7.6923$$

$$\frac{2}{Av} = 72.65 * 0.12 - 7.6923$$

$$Av = 1{,}9504$$

(b) $U = r_p - \frac{Av}{2}\sigma_p^2 = 0{,}12 - \frac{1{,}9504}{2}(0{,}03077) = 0{,}08999 \approx 0{,}09$; $U = 0{,}09$ 0. 25 point

$U = 0{,}09 = EC - \frac{Av}{2} \times 0 \Rightarrow EC = 0{,}09$; $EC = 0{,}09$ 0. 25 point

(c) $X_p^* = 'V^{-1}[R \quad I]A^{-1}\begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 12{,}15 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0{,}08 & 1 \\ 0{,}12 & 1 \\ 0{,}14 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 36{,}32479 & -3{,}84615 \\ -3{,}84615 & 0{,}43077 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0{,}12 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}20512 \\ 0{,}38463 \\ 0{,}41025 \end{bmatrix}$ 0. 5 point

Cinquième question (1,5 points)

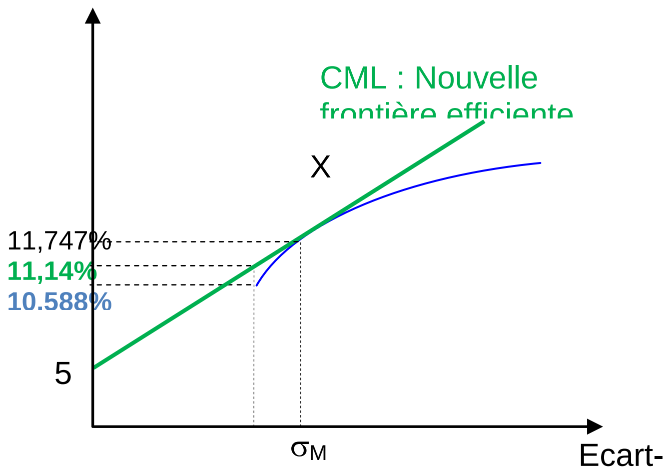
On détermine d'abord la droite du marché des capitaux (CML)

On a : $Rf = \frac{a - br_M}{b - cr_M} \Rightarrow 0{,}05 = \frac{0{,}504 - 4{,}5 \times r_M}{4{,}5 - 42{,}5 \times r_M} \Rightarrow r_M = 11{,}747\%$ 0.25 point

$\sigma_M^2 = 0{,}430769 - 7{,}692308 \times 0{,}11747 + 36{,}324786 \times 0{,}11747^2 = 0{,}028406$; $\sigma_M^2 = 0{,}028406 \Rightarrow \sigma_M = 16{,}854\%$ 0.25 point

$E(R) = r_p = Rf + \left(\frac{E(R_M) - Rf}{\sigma_M}\right)\sigma_p = 0{,}05 + \left(\frac{0{,}11747 - 0{,}05}{0{,}16854}\right)\sigma_p \Rightarrow E(R) = r_p = 0{,}05 + 0{,}40032 \times \sigma_p$ 0.25 point

En application de la CML, on trouve pour le portefeuille efficient à variance minimale, $r_0' = 0{,}05 + 0{,}40032(0{,}1534) = 11{,}4\%$; Au temps où le rendement de ce portefeuille, dans le cadre de la TCM (théorie conventionnelle de Markowitz) est de 10,588%, il est, pour le même niveau de risque, de 11,14% dans le cadre du TST. 0.5 point



0.25 point pour le graphique

Sixième question (1 point)

(a)

1ère méthode

Dans le cadre du TST, on a :

$$X_p^* = \frac{1}{Av} V^{-1}[R - Rf \times I] \Rightarrow X_p^* = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 12{,}15 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0{,}08 - 0{,}05 \\ 0{,}12 - 0{,}05 \\ 0{,}14 - 0{,}05 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}15000 \\ 0{,}21875 \\ 0{,}22500 \end{bmatrix}$$

$r_p = (0{,}15 \times 0{,}08) + (0{,}21875 \times 0{,}12) + (0{,}225 \times 0{,}14) + (0{,}40625 \times 0{,}05) = 0{,}09$ 0.25 point

ou aussi :

$$r_p = \alpha E(Rm) + (1 - \alpha) Rf \Rightarrow$$

$$r_p = (0{,}59375 \times 0{,}11747) + (0{,}40625 \times 0{,}05) = 0{,}09$$

Dans le même cadre, on a : $E(R) = r_p = 0{,}09 = 0{,}05 + 0{,}40032 \times \sigma_p \Rightarrow \sigma_p = 0{,}1 \Rightarrow \sigma_p^2 = 0{,}01$

$U = r_p - \frac{Av}{2}\sigma_p^2 = 0{,}09 - \frac{4}{2}(0{,}01) = 0{,}07$;

2ème méthode

$$U = r_p - \frac{Av}{2}\sigma_p^2 = r_p - \frac{4}{2}\sigma_p^2 = r_p - 2\sigma_p^2$$

$$U + 2\sigma_p^2 = r_p$$

La CML donne : $r_p = 0{,}05 + 0{,}40032 \times \sigma_p$

D'où $2\sigma_p^2 - 0.401\sigma_p + U - 0.05 = 0$

$\Delta = 0.401^2 - 4 * 2 * (U - 0.05)$

$U = 0.07$

? $EC/U = EC - \frac{Av}{2}(0) = 0{,}07 \Rightarrow EC = 0{,}07$ 0.25 point

$EC = 0{,}07$

(b)

1ère méthode

On a $r_p = \alpha E(Rm) + (1 - \alpha) Rf \Rightarrow Av_M = \alpha Av_P \Rightarrow Av_M = 4 \times 0{,}59375 = 2{,}375$ 0.5 point

$Av_M = 4 \times 0{,}59375 = 2{,}375$

Vérification des résultats (pas obligatoire)

$$X_p^* = X_M = \frac{1}{Av} V^{-1}[R - Rf \times I] = \frac{V^{-1}[R - Rf \times I]}{V^{-1}[R - Rf \times I]} \Rightarrow Av = I'V^{-1}R - RfI'V^{-1}I = b - cRf = 4{,}5 - 42{,}5(0{,}05) = 2{,}375$$

2ème méthode

$$U + \frac{Av}{2}\sigma_p^2 = r_p$$

$r_p = 0{,}05 + 0{,}40032 \times \sigma_p$

$\Delta = 0$

$$\sigma_M = \frac{0.40032}{Av} = 0.1681$$

$Av_M = 4 \times 0{,}59375 = 2{,}375$

Septième question (1,5 points)

Première méthode : $\hat{R}i = Rf + \beta i[E(Rm - Rf)]$

$\hat{R}_1 = E(R_1) = 0{,}08 = 0{,}05 + \beta_1 \times 0{,}06747 \Rightarrow \beta_1 = 0{,}4446$ 0.25 point

$\hat{R}_2 = E(R_2) = 0{,}12 = 0{,}05 + \beta_2 \times 0{,}06747 \Rightarrow \beta_2 = 1{,}0375$0.25 point

$\hat{R}_3 = E(R_3) = 0{,}14 = 0{,}05 + \beta_3 \times 0{,}06747 \Rightarrow \beta_3 = 1{,}334$ 0.25 point

$\beta_1 = 0{,}4446$

$\beta_2 = 1{,}0375$

$\beta_3 = 1{,}334$

Deuxième méthode : $\beta i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2}$; $\sigma_{im} = V_i X_m$; $X_M = \frac{V^{-1}[R - Rf \times I]}{V^{-1}[R - Rf \times I]} = \begin{bmatrix} 0.25263 \\ 0.36842 \\ 0.37895 \end{bmatrix}$

$\sigma_{1m} = V_1 X_m = 0{,}0126315 \Rightarrow \beta_1 = \frac{\sigma_{1m}}{\sigma_m^2} = \frac{0{,}0126315}{0{,}0284066} = 0{,}4446$; 0.25 point

$\sigma_{2m} = V_2 X_m = 0{,}0294736 \Rightarrow \beta_2 = \frac{\sigma_{2m}}{\sigma_m^2} = \frac{0{,}00294736}{0{,}0284066} = 1{,}0375$; 0.25 point

$\sigma_{3m} = V_3 X_m = 0{,}037895 \Rightarrow \beta_3 = \frac{\sigma_{3m}}{\sigma_m^2} = \frac{0{,}037895}{0{,}0284066} = 1{,}334$ 0.25 point

---

Correction deuxième partie

Première question (2.5 points)

On calcule d'abord la variation du BFR (chiffres en MD)

	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Chiffre d'affaires		600	600	700	700	800	800
BFR		48	48	56	56	64	64
Investissement en BFR	(48)	-	(8)	0	(8)	0	64

	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Investissement initial	(3250 000)						
Investissement en BFR	(48 000)	-	(8 000)	-	(8 000)	-	64 000
(1-T)(R – D)		81 000	81 000	94 500	94 500	108 000	108 000
Tx Amortissements		20 000	17 500	15 000	7 500	5 000	2 500
Valeur résiduelle							25 000
Flux monétaires	**(373 000)**	**101 000**	**90 500**	**109 500**	**94 000**	**113 000**	**199 500**

VAN avec k = 12% ?
VAN = 122 860,464

Barème : la ligne de l'investissement en BFR 0. 5 point. (toute erreur est sanctionnée par -0,25)
La ligne du CF est notée sur 1. 75 points (0,25 par colonne)
La VAN est notée sur 0,25

Deuxième question (0.75 point)

CAF (2018) = $101000 - 0{,}75 \times 30000 = 78500$ 0,75

Troisième question (0. 5 point)

$VAN_{Emprunt} = 22457{,}389$ 0,25

$VAN_{Ajustée} = 122860{,}464 + 22457{,}389 = 145317{,}853$ 0,25

Remarque : Pour cette question, on accepte toutes les réponses avancées (mode d'amortissement, taux d'intérêt, etc.)

Quatrième question (0.75 point)

(a) Selon MM (1958), on a : $V_l = V_u$, il n'ya pas d'optimum, la dette n'a aucun effet sur la valeur de l'entreprise 0,25

(b) Selon MM (1963), on a : $V_l = V_u + TB$, plus la dette augmente, plus la valeur de l'entreprise augmente aussi. L'optimum correspond donc au maximum. 0,25

(c) Selon la théorie d'agence, le niveau d'endettement optimum est celui qui minimise le coût total d'agence. On distingue d'une part, les coûts d'agence liés aux capitaux propres comme les coûts de surveillance, les coûts de dédouanement, les coûts résiduels, les coûts liés aux « Free CF », etc., et d'autre part les coûts d'agence liés à la dette comme la substitution d'actifs ou de projets et le problème de sous-investissement. 0,25

Cinquième question (1,5 points)

(a) La littérature financière avance au moins trois raisons pour expliquer la réticence des entreprises à l'endettement :

- En contrepartie de l'endettement, la banque demande souvent à être impliquée dans le choix stratégique de l'entreprise. (Barenea et al., 1985) ;
- Si les taux d'intérêts sont élevés, il n'ay plus d'effet de levier, mais un effet de massue qui fait diminuer la valeur de l'entreprise (Darrough M. and N. Stoughton, 1986) ;
- Dans certains pays comme aux Etats-Unis et au Canada, les taux d'impositions des revenus des actionnaires (t_{ps}) sont relativement faibles par rapport aux taux auxquels sont soumis les obligataires (t_{pb}) de sorte que l'avantage qui provient de l'endettement $(T \times B)$ est insuffisant pour contrebalancer l'avantage qui provient du financement par capitaux propres. Cette situation se produit dans le cas où $(1-T)(1-t_{ps}) > (1-t_{pb})$ (Miller, 1977) 0, 5

(b) Ce sont les entreprises appartenant aux branches d'activités les plus risquées qui refusent de s'endetter à causes des coûts liés à la faillite. Voici la raison pour laquelle le niveau d'endettement varie d'une branche d'activité à une autre (Théorie de compromis ou aussi la Static Trade-off Theory) 0, 5

(c) Le entreprises bénéficiaires refusent de s'endetter parce qu'elles n'ont en pas besoin. On finance les projets par les réserves, puis on passe à l'endettement (Théorie hiérarchique ou la Picking Order Theory (POT)). 0, 5

Sixième question (1 point)

$E(R) = 17{,}4\%$; $\sigma_R = 0{,}0866$ 0, 5

$$p(R < 0{,}1) = p\left(Z < \frac{0{,}1 - 0{,}174}{0{,}0866}\right) \approx 0{,}8023 \approx 0{,}8051$$ 0, 5

Correction deuxième partie

Première question (2.5 points)

1. **Quelle est la nature de l'engagement de cet exploitant agricole tunisien ? (0,5 point)**

   L'exploitant agricole a :
   - Une position longue de 200 000 MAD à 1 mois. Son risque est la baisse du Dirham marocain par rapport au dinar tunisien dans 1 mois. Pour se couvrir contre le risque de change sur le marché des changes à terme, il peut vendre à terme les 200 000 MAD contre TND à 1 mois au $CT^{A}_{MAD/TND,1}$ *ou* $F^{A}_{MAD/TND,1}$ (0,25 point)
   - Une position longue de 300 000 MAD à 3 mois. Son risque est la baisse du Dirham marocain par rapport au dinar tunisien dans 3 mois. Pour se couvrir contre le risque de change sur le marché des changes à terme, il peut vendre à terme les 300 000 MAD contre TND à 3 mois au $CT^{A}_{MAD/TND,3}$ *ou* $F^{A}_{MAD/TND,3}$ (0,25 point)

2. **Décrire brièvement les opérations nécessaires à la construction des cours à terme dont aura besoin l'exploitant agricole tunisien pour se couvrir contre le risque de change. (0,75 point)**

   Trois opérations sont nécessaires pour calculer les cours à terme acheteurs du MAD/TND à 1 mois et à 3 mois :
   Première opération (0,25 point): La banque emprunte pour le compte du client une somme X en MAD pour l'échéance en question(1 mois et 3 mois) dès aujourd'hui sur le marché international des MAD au taux prêteur sur le MAD à 1 mois(3 mois), tel que la valeur remboursement(Capital+intérêt) est égale à la valeur de la créance.

   X_{MAD} + Intérêts = 200 000 MAD (300 000 MAD)

   Deuxième opération (0,25 point) : Vente au comptant de la somme empruntée au $CC^{A}_{MAD/TND}$ *ou* $S^{A}_{MAD/TND}$
   Troisième opération (0,25 point) : Placement de la somme obtenue en TND sur le marché local tunisien pendant 1 mois (3 mois) au taux emprunteur sur le TND à 1 mois (3 mois)

3. **Donner les sommes encaissées par l'exploitant agricole tunisien pour les différentes échéances si la banque décide de prélever sur chaque opération de change à terme une commission de change de 250 TND. (2,5 points)**

   Dans 1 mois, il encaissera :

   $$\mathbf{200000\ MAD \times CT^{A}_{MAD/TND,1} - 250\ TND}$$ **(0,25 point)**

   Dans 3 mois, il encaissera :

   $$\mathbf{300000\ MAD \times CT^{A}_{MAD/TND,3} - 250\ TND}$$ **(0,25 point)**

   Calcul du cours au comptant acheteur du MAD/TND et des cours à terme acheteurs du MAD/TND à 1 mois et à 3 mois:

   Le calcul du cours croisé au comptant acheteur du MAD/TND est nécessaire pour déterminer les cours à terme acheteurs

$$CC^{A}_{MAD/TND} = CC^{A}_{MAD/EUR} \times CC^{A}_{EUR/TND} = \frac{CC^{A}_{MAD/EUR}}{CC^{V}_{TND/EUR}} = 0{,}9019 \times 2{,}9266 = \frac{0{,}9019}{1/2{,}9266} =$$

2,6395 **(0,50 point)**

$CT^A_{MAD/TND,1} = CC^A_{MAD/TND}$ 2,6464 **(0,50 point)**

$CT^A_{MAD/TND,3} = CC^A_{MAD/TND} \times \frac{1+\left(T^E_{TND}\times\frac{3}{12}\right)}{1+\left(T^P_{MAD}\times\frac{3}{12}\right)} = 2{,}6395 \times \frac{1+((6-0{,}25)\%\times\frac{3}{12})}{1+(2^{5/8}\%\times\frac{3}{12})} = 2{,}6600$ **(0,50 point)**

Dans 1 mois, il encaissera :

$$\mathbf{200000\ MAD \times 2,6464/10 - 250\ TND = 52678\ TND}$$ **(0,25 point)**

Dans 3 mois, il encaissera :

$$\mathbf{300000\ MAD \times 2,6600/10 - 250\ TND = 79550\ TND}$$ **(0,25 point)**

Avec

$CT^A_{MAD/TND,1(3)}$ est le cours à terme acheteur du MAD/TND à 1 mois (3 mois) noté également $F^A_{MAD/TND,1(3)}$

$CC^A_{MAD/TND}$ est le cours au comptant acheteur du MAD/TND noté également $S^A_{MAD/TND}$

T^E_{TND} est le taux d'intérêt emprunteur prêteur sur le TND à 1 mois (3 mois)

T^P_{MAD} est le taux d'intérêt prêteur sur le Dirham Marocain à 1 mois(3 mois)

4. Si cet exploitant agricole décide de recourir à un escompte pour règlement au comptant, quel serait le taux d'escompte qui lui permettrait d'être indifférent entre cette alternative (l'escompte pour règlement au comptant) et la couverture à terme ? (1,25 points)

Pour qu'il soit indifférent entre les 2 options, il faut que :
A la date 3(3 mois après la conclusion du contrat commercial), l'escompte pour règlement au comptant des 2 créances capitalisé à la date 3 soit égal au produit de la 1ère vente à terme capitalisé à la date 3+ produit de la 2ème vente à terme, soit **(principe : 0,25 point)**
Soit T_e le taux d'escompte/

$$\left[\left[200000MAD \times \left(1 - T_e \times {}^{1}/_{12}\right) + 300000MAD \times \left(1 - T_e \times {}^{3}/_{12}\right)\right] \times CC^A_{\frac{MAD}{TND}}\right] \times \left(1 + TRI \times {}^{3}/_{12}\right) = 52678\,TND \times \left(1 + TRI \times {}^{2}/_{12}\right) + 79550TND$$ **(0,75 point)**

➔ T_e= 8,74% **(0,25 point)**