

	31/12/2015	30/09/2016	31/12/2016	31/12/2017	31/12/2018	31/12/2019	31/12/2020	31/12/2021	
Flux d'investissement	-52 100,000	-450 000,000	-1 205 000,000						
terrain	-50 000,000								
bâtiment	0,25	-450 000,000							
équipements industriels		0,25	-1 000 000,000	0,25					
chariots élévateurs			-45 000,000						
Matériel de transport			-100 000,000						
Matériel informatique			-21 000,000						
Logiciels			-9 000,000						
frais marché: 3000x0,7=2100	-2 100,000	0,5		0,25					0,25
BFR			-30 000,000						30 000,000
Flux d'exploitation									
marge sur coûts variables				1 350 000,000	1 485 000,000	1 633 500,000	1 796 850,000	1 976 535,000	0,5
Coûts fixes hors amortissements				-700 000,000	-700 000,000	-840 000,000	-840 000,000	-840 000,000	2x0,25
= EBE				650 000,000	785 000,000	793 500,000	956 850,000	1 136 535,000	
impôts				-195 000,000	-235 500,000	-238 050,000	-287 055,000	-340 960,500	0,25
= EBE net				455 000,000	549 500,000	555 450,000	669 795,000	795 574,500	
+ 30%x dotation :				78 450,000	78 450,000	78 450,000	75 450,000	75 450,000	2x0,25
dotations = de 2016 à 2019: 261 500 puis 251 500									
Flux d'exploitation				533 450,000	627 950,000	633 900,000	745 245,000	871 024,500	0,25
Flux de désinvestissement								457 500,000	
cession terrain : VO = 50 000 + 100 000 = 150 000								150 000,000	2x0,25
Impôts sur +Value terrain : 30%x100 000								-30 000,000	
Cession bâtiment : VCN = 337 500								337 500,000	0,25
Cash-flows	-52 100,000	-450 000,000	-1 205 000,000	533 450,000	627 950,000	633 900,000	745 245,000	1 328 524,500	0,25
taux d'actualisation	12,000%								
Période d'actualisation	0,00	0,750	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000	6,000	
VAN =	829 699	0,25							

Question 2 : 01 point

L'emprunt est remboursable à la fin de la durée de vie du projet = 31-12-2021 ; les intérêts sont payables à partir du 31-12-2016, l'emprunt est remboursable sur 6 ans.

Les économies d'impôts sur les intérêts de 2016 à 2021 = $1.000.000 \times 8\% \times 30\% = 24.000$ 0,25

La VAN de la dette au 31-12-2015 = $\sum \frac{\text{économies d'impôts sur les intérêts}}{(1+8\%)^t} = \sum_1^6 \frac{24.000}{(1+8\%)^t} = 110.949$ 0,5

La VAN ajustée du projet = $829.699 + 110.949 = 940.649$ 0,25

Question 3 : 1,5 point

1- Charges d'intérêts : Afin de d'évaluer la rentabilité économique, il est important de ne pas inclure les intérêts dans le calcul des cash-flows. En effet, la rentabilité économique est un indicateur du risque économique du projet alors que les flux relatifs à la dette sont moins risqués que les flux du projet et ne doivent donc être évalués au taux de marché qui reflète leur risque (un taux sur le marché inférieur à la rentabilité économique)

Le choix de la méthode d'évaluation : Le choix du modèle de Myers 1974 s'impose vu que les hypothèses relatives à l'application du modèle de Modigliani et Miller ne sont pas respectées. En effet,

- les flux du projet ne sont pas perpétuels,
- ceux du financement est un emprunt bancaire ne sont pas perpétuels.
- Le choix du CMPC comme taux de rejet nécessite des informations sur le ratio d'endettement cible de l'entreprise.

0,5

1- **L'effet d'un financement par dettes : Modigliani et Miller :** Une société endettée profite des économies d'impôts sur les intérêts. $V_L = V_U + \tau \cdot D$

En présence d'impôt, le financement par dette permet de créer une richesse : les économies d'impôts sur les intérêts.

0,5

2- **Le CMPC :** Si la rentabilité économique est ρ . Un financement par dette : $CMPC = \rho \cdot (1 - \tau \cdot \frac{D}{V})$: l'évaluation du projet au CMPC de Modigliani et Miller permet de mesurer la richesse créée par la décision d'investissement et par la décision de financement. Cette évaluation suppose que les flux sont perpétuels. La richesse créée par le choix de financement est donc plus élevée que celle calculée par la méthode de la VAN ajustée de Myers. Celle-ci suppose que la richesse créée par la dette est limitée à la période de 6 ans (période sur laquelle il est possible de calculer des économies d'impôts).

0,5

Exercice 3 (7,5 points)

Note sur la 2^e remarque préliminaire dans l'énoncé :

Les étudiants qui n'ont pas pu répondre à la question 1°, ont eu le droit d'utiliser à partir de la question 2, des valeurs données pour les caractéristiques du portefeuille de marché : $E(\tilde{R}_M) = 12,50\%$ et $\sigma(\tilde{R}_M) = 5\%$. Les réponses calculées à partir de ces valeurs (différentes de celles obtenues par calcul direct où $\sigma(\tilde{R}_M) = 22,32\%$) sont indiquées en bleu et en italique dans le corrigé ci-dessous.

1- a/ Caractéristiques financières de M :

Calcul de l'espérance :

1^{ère} méthode :

$$E(\tilde{R}_M) = [a - b \cdot R_F] / [b - c \cdot R_F] \quad \text{avec : } \begin{cases} a = M^T \cdot V^{-1} \cdot M \\ b = M^T \cdot V^{-1} \cdot U \\ c = U^T \cdot V^{-1} \cdot U \end{cases}$$

où :

$$M = \begin{pmatrix} 7,5\% \\ 11,5\% \\ 15,85\% \end{pmatrix} \quad (M : \text{matrice des espérances de rendement})$$

$$V^{-1} = \begin{pmatrix} 43,2367 & -8,2624 & 0,4835 \\ -8,2624 & 20,1185 & -7,3864 \\ 0,4835 & -7,3864 & 11,0383 \end{pmatrix} \quad (V^{-1} : \text{matrice inverse de V des variances-covariances})$$

$$U = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (U : \text{matrice unitaire})$$

On obtient :

- $M^T \cdot V^{-1} = [2,3692 \quad 0,5232 \quad 0,9364] \Rightarrow a = 0,3863$
- $M^T \cdot V^{-1} = [2,3692 \quad 0,5232 \quad 0,9364] \Rightarrow b = 3,8288$
- $U^T \cdot V^{-1} = [35,4578 \quad 4,4697 \quad 4,1355] \Rightarrow c = 44,0630$

$$\Rightarrow E(\tilde{R}_M) = 12,50\%$$

2^e méthode :

$$E(\tilde{R}_M) = [M^T \cdot V^{-1} \cdot [M - R_F \cdot U]] / [U^T \cdot V^{-1} \cdot [M - R_F \cdot U]]$$

où :

$$(M - R_F \cdot U) = \begin{pmatrix} 2\% \\ 6\% \\ 10,35\% \end{pmatrix}$$

$$V^{-1} \cdot (M - R_F \cdot U) = \begin{pmatrix} 0,4190 \\ 0,2774 \\ 0,7090 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow M^T \cdot V^{-1} \cdot (M - R_F \cdot U) = 0,1757$$

$$\text{Et } U^T \cdot V^{-1} \cdot (M - R_F \cdot U) = 1,4054$$

$$\Rightarrow E(\tilde{R}_M) = 12,50\%$$

0,5 point

Calcul de l'écart type :

1^{ère} méthode :

M appartient à la frontière efficiente des actifs risqués d'équation :

$$V(\tilde{R}_p) = [c \cdot E(\tilde{R}_p)^2 - 2b \cdot E(\tilde{R}_p) + a] / (a \cdot c - b^2)$$

$$\Rightarrow V(\tilde{R}_p) = 18,6648 \cdot E(\tilde{R}_p)^2 - 3,2437 \cdot E(\tilde{R}_p) + 0,1636$$

$$\Rightarrow V(\tilde{R}_M) = 4,98\% \text{ et } \sigma(\tilde{R}_M) = 22,32\%$$

2^e méthode :

$$V(R_M) = \frac{[M - R_F \cdot U]^T \cdot V^{-1} \cdot [M - R_F \cdot U]}{[U^T \cdot V^{-1} \cdot [M - R_F \cdot U]]^2}$$

$$\Rightarrow V(\tilde{R}_p) = 0,0984 / (1,4054)^2$$

$$\Rightarrow V(\tilde{R}_M) = 4,98\% \text{ et } \sigma(\tilde{R}_M) = 22,32\%$$

0,5 point

Composition de M :

1^{ère} méthode :

$$X_M = [V^{-1} \cdot (M - R_F \cdot U)] / [U^T \cdot V^{-1} \cdot (M - R_F \cdot U)] = (1 / 1,4054) \cdot \begin{pmatrix} 0,4190 \\ 0,2774 \\ 0,7090 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow X_M = \begin{pmatrix} 29,81\% \\ 19,74\% \\ 50,45\% \end{pmatrix}$$

2^e méthode :

$$X_M = V^{-1} \cdot B \cdot A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} E(\tilde{R}_M) \\ 1 \end{pmatrix}$$

où :

$$B = \begin{pmatrix} 7,5\% & 1 \\ 11,5\% & 1 \\ 15,85\% & 1 \end{pmatrix} \quad (B : \text{matrice composée des valeurs des matrices M et U})$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3863 & 3,8288 \\ 3,8288 & 44,0630 \end{pmatrix} \quad (A : \text{matrice composée des a, b et c de la question 1-a})$$

$$\Rightarrow A^{-1} = (1 / (a \cdot c - b^2)) * \begin{pmatrix} c & -b \\ -b & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18,6648 & -1,6219 \\ -1,6219 & 0,1636 \end{pmatrix} \quad (A^{-1} : \text{matrice inverse de A})$$

On obtient :

$$V^{-1}.B = \begin{pmatrix} 2,3692 & 35,4578 \\ 0,5232 & 4,4697 \\ 0,9364 & 4,1355 \end{pmatrix}$$

$$V^{-1}.B.A^{-1} = \begin{pmatrix} -13,2869 & 1,9593 \\ 2,5162 & -0,1172 \\ 10,7707 & -0,8421 \end{pmatrix} \Rightarrow X_M = \begin{pmatrix} 29,81\% \\ 19,74\% \\ 50,45\% \end{pmatrix}$$

0,5 point

La composition du portefeuille M traduit la structure de marché telle qu'elle ressort des capitalisations boursières relatives ; ainsi, la capitalisation du titre A constitue, 29,81% de la capitalisation totale du marché, celle de B, 19,74% et celle de C, 50,45%.

0,25 point

b/ La Droite de Marché des Capitaux (DMC ou R_F -M) indique les coordonnées à l'équilibre des portefeuilles efficients en présence d'un actif sans risque sur le marché.

0,25 point

Son équation est donnée par :

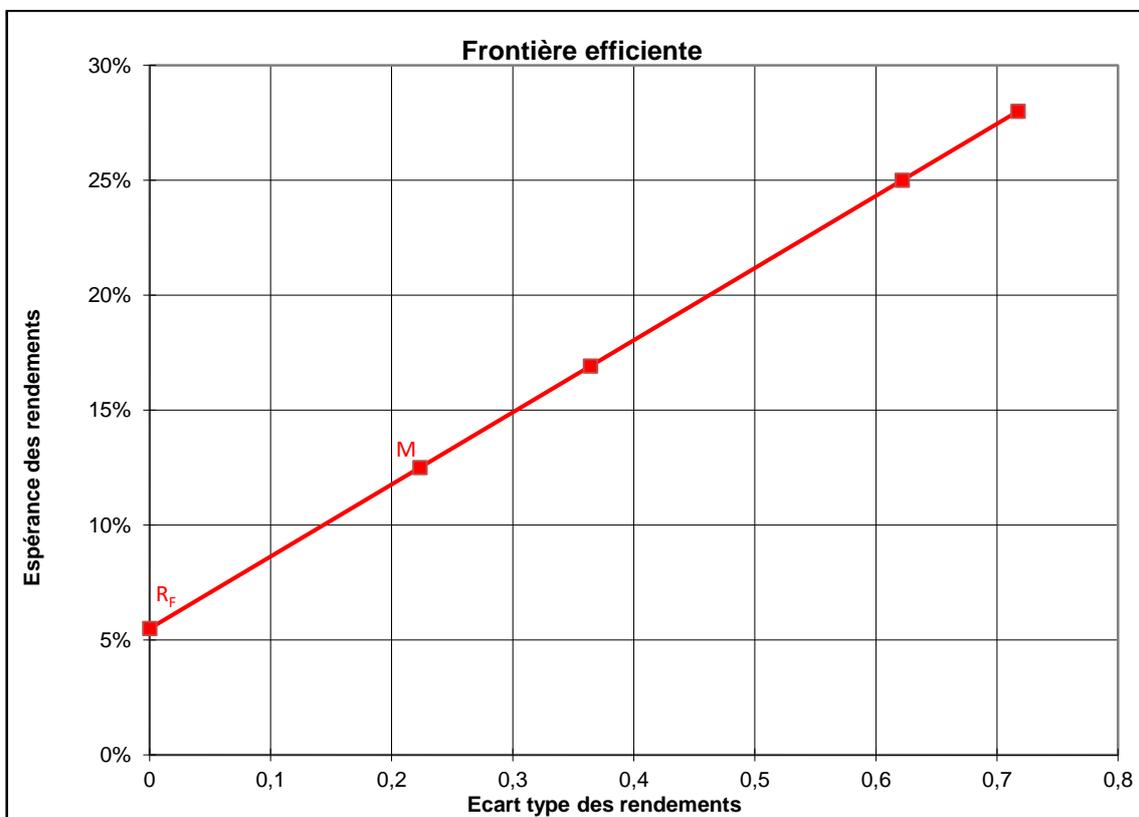
$$E(\tilde{R}_p) = R_F + [(E(\tilde{R}_M) - R_F) / \sigma(\tilde{R}_M)].\sigma(\tilde{R}_p)$$

$$\Rightarrow E(\tilde{R}_p) = 0,0550 + [(0,1250 - 0,0550) / 0,2232].\sigma(\tilde{R}_p)$$

$$\Rightarrow E(\tilde{R}_p) = 0,0550 + 0,3136.\sigma(\tilde{R}_p)$$

0,5 point

Représentation graphique de la DMC :



0,5 point

2- a/ Chaque courbe d'indifférence indique l'ensemble des portefeuilles qui procurent la même satisfaction à l'investisseur puisque chaque augmentation de risque, induit une diminution de la satisfaction, compensée par une augmentation de la satisfaction suite à l'augmentation de la rentabilité.

0,25 point

b/ Equations des courbes d'indifférence selon k :

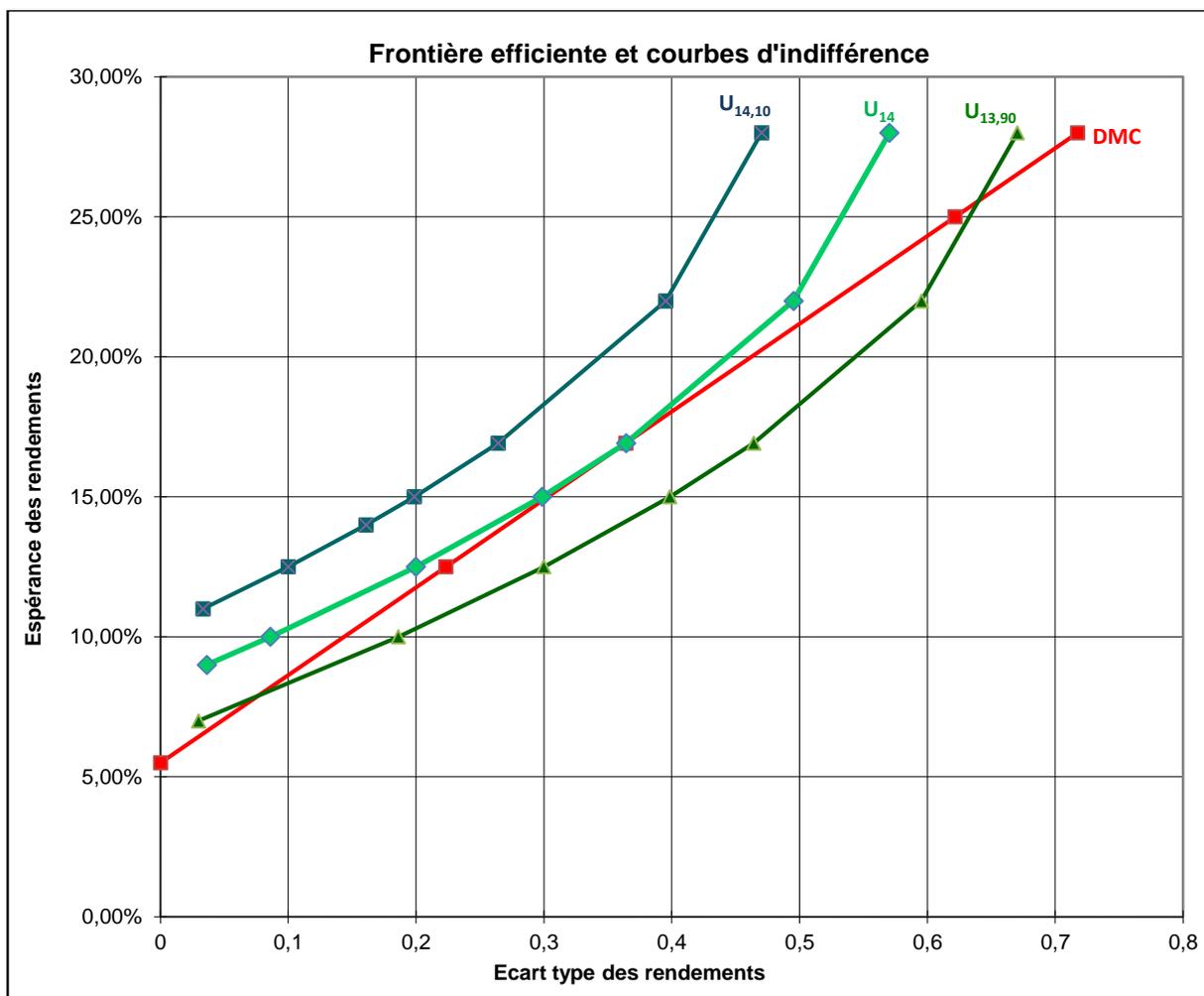
Pour k = 13,90 : $\sigma(\tilde{R}_p) = -12.E^2(\tilde{R}_p) + 7,25.E(\tilde{R}_p) - 0,4190$

Pour k = 14,00 : $\sigma(\tilde{R}_p) = -12.E^2(\tilde{R}_p) + 7,25.E(\tilde{R}_p) - 0,5190$

Pour k = 14,10 : $\sigma(\tilde{R}_p) = -12.E^2(\tilde{R}_p) + 7,25.E(\tilde{R}_p) - 0,6190$

0,25 point

Représentation graphique des courbes d'indifférence :



0,75 point

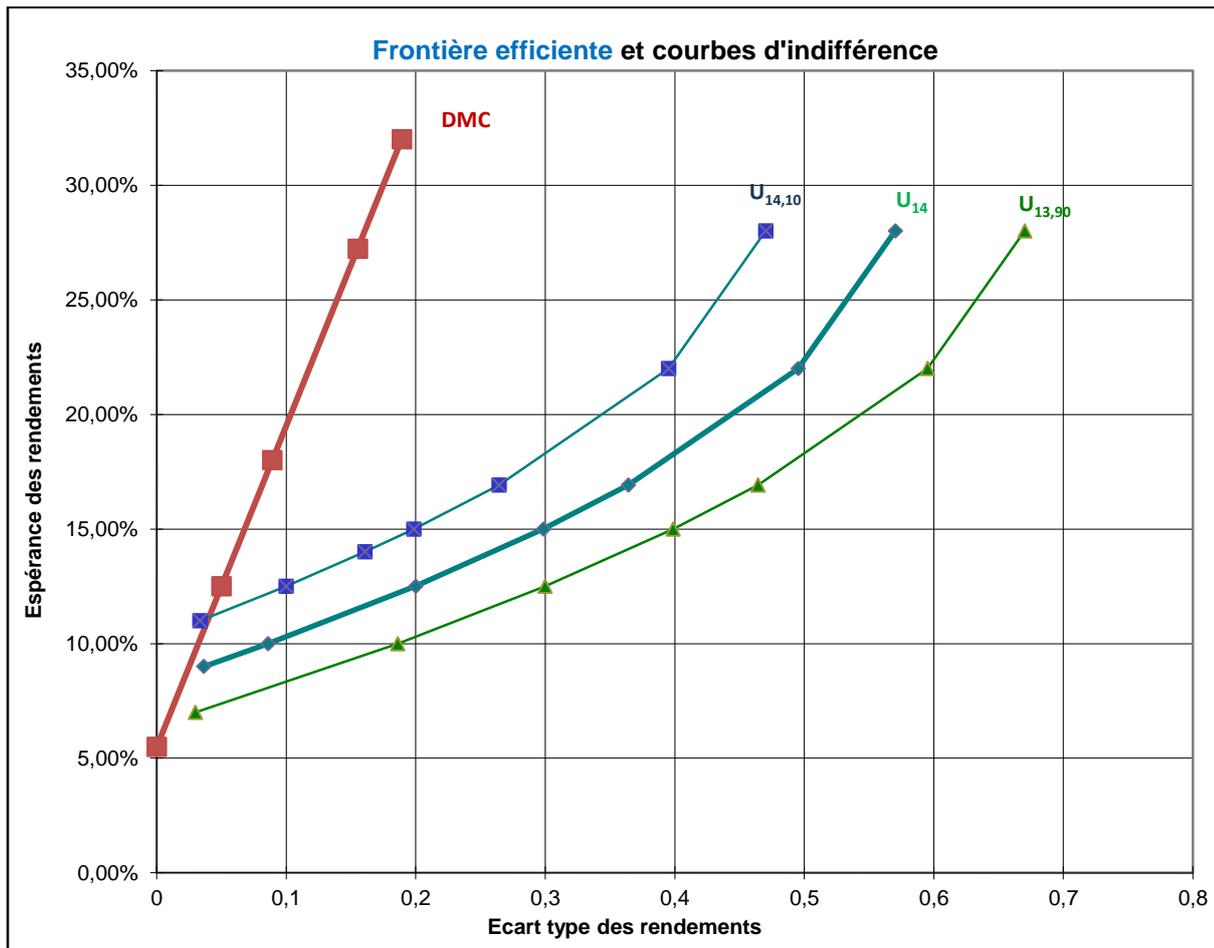
A titre indicatif, ci-dessous les valeurs utilisées pour la représentation graphique :

U _{13,90}		U _{14,00}		U _{14,10}	
Ecart type	Rendement	Ecart type	Rendement	Ecart type	Rendement
0,0297	7,00%	0,0363	9,00%	0,0333	11,00%
0,1860	10,00%	0,0860	10,00%	0,0998	12,50%
0,2998	12,50%	0,1998	12,50%	0,1608	14,00%
0,3985	15,00%	0,2985	15,00%	0,1985	15,00%
0,4642	16,92%	0,3642	16,92%	0,2642	16,92%
0,5952	22,00%	0,4952	22,00%	0,3952	22,00%
0,6702	28,00%	0,5702	28,00%	0,4702	28,00%

- La courbe $U_{13,90}$ qui présente 2 points d'intersection avec la frontière efficiente (DMC), se situe en dessous de celle-ci ; elle ne permet pas à l'investisseur d'atteindre son maximum d'utilité.
- La courbe U_{14} qui est tangente à la DMC permet à l'investisseur de maximiser son utilité et de placer son budget de manière optimale.
- La courbe $U_{14,10}$ qui n'a aucun point d'intersection avec la DMC, représente un niveau d'utilité trop élevé, hors d'atteinte pour l'investisseur.

0,25 point

Représentation graphique des courbes d'indifférence (les mêmes que ci-dessus sauf que la DMC, d'équation $E(\tilde{R}_p) = 0,0550 + 1,4 \cdot \sigma(\tilde{R}_p)$, se situe différemment par rapport à elles) :



0,75 point

Les 3 courbes d'indifférence se situent en dessous de la frontière efficiente (DMC) et ne permettent pas à l'investisseur d'atteindre son maximum d'utilité : il peut donc nécessairement prétendre à un niveau de satisfaction supérieur à 14,10.

0,25 point

c/ Pour déterminer les caractéristiques financières du portefeuille optimal de l'investisseur, il faut rechercher les coordonnées du point de tangence entre la DMC et la courbe d'indifférence U_k (ou U_{14}) :

$$\begin{cases} E(\tilde{R}_p) = 0,0550 + 0,3136 \cdot \sigma(\tilde{R}_p) \\ \sigma(\tilde{R}_p) = -12 \cdot E^2(\tilde{R}_p) + 7,25 \cdot E(\tilde{R}_p) + 13,481 - k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma(\tilde{R}_p) = 3,1888 \cdot E(\tilde{R}_p) - 0,1754 \\ \sigma(\tilde{R}_p) = -12 \cdot E^2(\tilde{R}_p) + 7,25 \cdot E(\tilde{R}_p) + 13,481 - k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d\sigma(\tilde{R}_p) / dE(\tilde{R}_p) = 3,1888 \\ d\sigma(\tilde{R}_p) / dE(\tilde{R}_p) = -24.E(\tilde{R}_p) + 7,25 \end{cases}$$

L'égalisation de ces deux équations donne :

$$E(\tilde{R}_{p^*}) = 16,92\%$$

0,5 point

$$\sigma(\tilde{R}_{p^*}) = 36,41\% \text{ (en remplaçant l'espérance par sa valeur dans la DMC ou dans } U_{14})$$

0,25 point

c/ Pour déterminer les caractéristiques financières du portefeuille optimal de l'investisseur, il faut rechercher les coordonnées du point de tangence entre la DMC et la courbe d'indifférence U_k :

$$\begin{cases} E(\tilde{R}_p) = 0,0550 + 1,4. \sigma(\tilde{R}_p) \\ \sigma(\tilde{R}_p) = -12.E^2(\tilde{R}_p) + 7,25.E(\tilde{R}_p) + 13,481 - k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma(\tilde{R}_p) = 0,7143.E(\tilde{R}_p) - 0,0393 \\ \sigma(\tilde{R}_p) = -12.E^2(\tilde{R}_p) + 7,25.E(\tilde{R}_p) + 13,481 - k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d\sigma(\tilde{R}_p) / dE(\tilde{R}_p) = 0,7143 \\ d\sigma(\tilde{R}_p) / dE(\tilde{R}_p) = -24.E(\tilde{R}_p) + 7,25 \end{cases}$$

L'égalisation de ces deux équations donne :

$$E(\tilde{R}_{p^*}) = 27,23\%$$

0,5 point

$$\sigma(\tilde{R}_{p^*}) = 15,52\% \text{ (à partir de la DMC)}$$

0,25 point

d/ Composition du portefeuille optimal :

Par définition : $p^* = \alpha.R_F + (1 - \alpha).M$

1^{ère} méthode :

$$\begin{aligned} \Rightarrow E(R_{p^*}) &= \alpha.R_F + (1 - \alpha).E(R_M) \\ \Rightarrow E(R_{p^*}) &= \alpha.R_F + E(R_M) - \alpha.E(R_M) \\ \Rightarrow 16,92\% &= 0,055.\alpha + 12,50\% - 12,50\%.\alpha \\ \Rightarrow \alpha &= -63,13\% \end{aligned}$$

2^e méthode :

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sigma(R_{p^*}) &= (1 - \alpha).\sigma(R_M) \\ \Rightarrow \alpha &= 1 - [\sigma(R_{p^*})/\sigma(R_M)] \\ \Rightarrow \alpha &= 1 - [36,41\% / 22,32\%] \\ \Rightarrow \alpha &= -63,13\% \end{aligned}$$

Ainsi, le portefeuille optimal, p^* , de l'investisseur est composé à raison de :

$$\begin{cases} -63,13\% & \text{de } R_F \\ +163,13\% & \text{de } M \end{cases}$$

0,5 point

d/ Composition du portefeuille optimal :

1^{ère} méthode :

$$E(R_{p^*}) = \alpha \cdot R_F + E(R_M) - \alpha \cdot E(R_M)$$

$$\Rightarrow 27,23\% = 0,055 \cdot \alpha + 12,50\% - 12,50\% \cdot \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = -2,104 = -210,40\%$$

2^e méthode :

$$\alpha = 1 - [\sigma(R_{p^*}) / \sigma(R_M)]$$

$$\Rightarrow \alpha = 1 - [15,52\% / 5\%]$$

$$\Rightarrow \alpha = -210,40\%$$

Ainsi, le portefeuille optimal, p^* , de l'investisseur est composé à raison de :

$$\begin{cases} -210,40\% & \text{de } R_F \\ +310,40\% & \text{de } M \end{cases}$$

0,5 point

Conclusion, l'investisseur emprunte au taux R_F pour investir davantage que 100% dans le portefeuille de marché M : il est relativement donc peu averse au risque comparé à des investisseurs dont les portefeuilles se situeraient plus près de R_F .

0,25 point

3- a/ L'investisseur considéré court le risque de la chute des cours qui déprécierait son portefeuille : pour se couvrir, il doit donc acheter une option de vente (put).

0,25 point

b/ L'acheteur d'une option européenne de vente ne réalise un profit à l'échéance que si le cours du marché, est inférieur au prix d'exercice diminué de la prime payée lors de l'achat de l'option ($2,1\% \cdot 9,800 = 0,2058$). Ainsi, le point mort est de :

$$9,800 - 0,2058 = 9,5942 \text{ dinars}$$

0,25 point

1^{er} cas : cours échéance : 9,510 dinars.

Le cours du marché étant inférieur à ce que peut rapporter en net l'option (9,5942 dinars), l'acheteur du put exerce son option et gagne la différence, soit : $9,5942 - 9,510 = +0,0842$ dinar par action.

0,25 point

2^e cas : cours échéance : 9,740 dinars.

Dans ce cas, bien que le cours échéance soit moins élevé que le prix d'exercice, l'acheteur ne réalise pas de gain. Il choisit en effet, d'exercer son option, qui lui rapportera 9,5942 dinars, car de toute façon, s'il ne l'exerce pas, il ne pourra obtenir que : $9,740 - 0,2058 = 9,5342$ dinars. Sa perte est donc de : $9,5942 - 9,740 = -0,1458$ dinar par action, soit un montant inférieur à la prime.

0,25 point

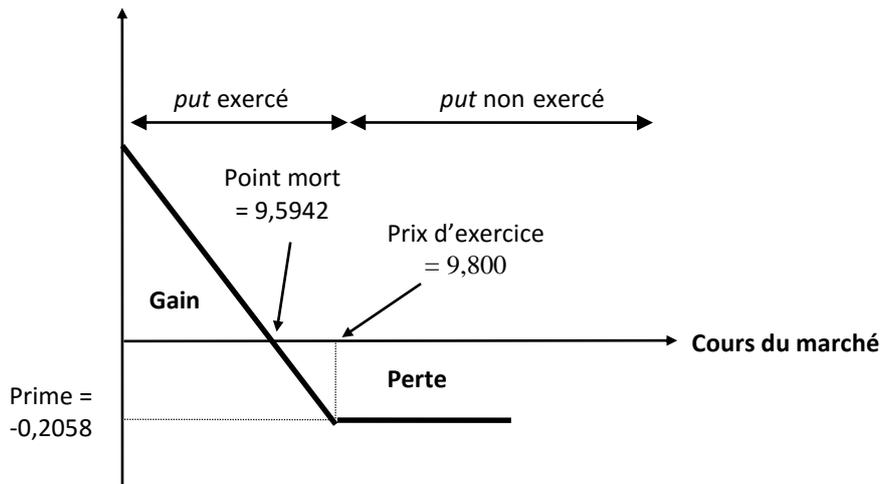
3^e cas : cours échéance : 9,820 dinars.

L'acheteur du put regrette son achat car le marché lui permet d'obtenir un meilleur prix ; il réalise donc, une perte qui est égale à la prime payée soit : $-0,2058$ dinar par action.

0,25 point

c/ Schéma des pertes et profits de l'acheteur d'un put :

Résultat à l'échéance



0,25 point