Exercice 1

Cocher la ou les bonne(s) réponse(s):

1. 740370 est divisible par :
   ☐ 3 ☐ 5 ☐ 9 ☐ 15
2. L'écriture $433 = 23 \times 18 + 19$ traduit la division euclidienne de 433 par ;
   ☐ 23 ☐ 19 ☐ 18 ☐ 433
3. $\text{pgcd}(13,91)$ est égal à :
   ☐ 0 ☐ 1 ☐ 13 ☐ 91
4. La masse m de l'atome de Fer est égale à $m = 0.935 \times 10^{-27}\text{Kg}$. La notation scientifique de m est donc :
   ☐ 0.935×10^{-27} ☐ 9.35×10^{-27} ☐ 9.35×10^{-28} ☐ 935×10^{-30}
5. Une calculatrice affiche pour $\sqrt{8}$ la valeur 2,82842712474619 . Alors l'arrondi de $\sqrt{8}$ à 10^{-2} près est:
   ☐ 2.82 ☐ 2.83 ☐ 2.828 ☐ 2.829
6. La décomposition en facteurs premiers de 378 :
   ☐ $2 \times 7 \times 27$ ☐ $2 \times 7 \times 3^3$ ☐ $2^2 \times 7 \times 3^2$ ☐ $2^3 \times 7 \times 3$

Exercice 2

Répondre par vrai ou faux :

Affirmation	Vrai ou faux
105 et 70 sont premiers entre eux	
L'écriture scientifique de 6923 est 6.923×10^4	
L'écriture scientifique de 0.0023 est 2.3×10^{-3}	
L'arrondi au centième de 72.6484 est 72.6	
$\text{ppcm}(36.72) = 72$	
$\frac{225}{147}$ est une fraction irréductible.	
Tout entier naturel divisible par 7 est impair	
Tout entier divisible par 3 et par 2 est pair	
Tout entier naturel n'est divisible que par 1 et par lui-même est premier.	
Le pgcd de deux entiers naturels est un diviseur de leur ppcm	

Exercice 3

1. Définir :
- Un nombre premier :
- Deux entiers premiers entre eux :
2. 450 et 315 sont-ils premiers entre eux ? justifier votre réponse sans faire de calculs
3. Calculer le pgcd de 450 et 315

Exercice 4

1)a) Décomposer en facteurs premiers 756 et 441
b) Déterminer $\mathrm{pgcd}(756{,}441)$

c) 756 et 441 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
2) Rendre $\frac{756}{441}$ irréductible.
3) Un fleuriste a reçu 756 roses blanches et 441 roses rouges. Il désire réaliser des bouquets identiques (c'est à dire comportant le même nombre de roses et la même répartition entre les roses rouges et les roses blanches), en utilisant toutes les fleurs.
a) Peut-il former 9 bouquets identiques ? Justifier.
b) Quel sera le nombre maximal de bouquets identiques ? Justifier clairement la réponse et préciser la composition de chaque bouquet.

Exercice 5

On donne $\mathrm{a} = 168$, $\mathrm{b} = 180$ et $\mathrm{c} = 5^7 \times 11^0$

1. Décomposer en facteurs premiers a et b
2. a et c sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
3. a) Calculer $\mathrm{pgcd}(168{,}180)$
   b) Rendre la fraction $\frac{168}{180}$ irréductible. Est-elle décimale?
4. Déterminer le plus petit entier non nul x sachant que la division euclidienne de x par 168 et par 180 donne un reste égal à zéro.

Exercice 6

1. 684 est-il divisible par 3 ? Justifier.
2. 468 et 684 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

Exercice 7

1)a) Utiliser l'algorithme d'Euclide pour déterminer pgcd(504,1320)
b) En déduire ppcm $(504{,}1320)$
c) Rendre la fraction $\frac{504}{1320}$ irréductible.

2)Déterminer l'entier naturel n tel que $\mathrm{pgcd}(n, 18) = 6$ et $\mathrm{ppcm}(n, 18) = 36$

Exercice 8

1)Déterminer $\mathrm{pgcd}(336{,}462)$ par:
a) La méthode de la décomposition en facteurs premiers
b) L'algorithme d'Euclide

2)a) Déterminer $\mathrm{ppcm}(336{,}462)$
b) Rendre la fraction $\frac{336}{462}$ iréductible.

Exercice 9

1. Décomposer en facteurs premiers les entiers 420 et 126
2. Déterminer $\mathrm{pgcd}(420{,}126)$ et $\mathrm{ppcm}(420{,}126)$
3. 420 et 126 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
4. Rendre irréductible la fraction $\frac{126}{420}$
5. a) Déterminer le reste et le quotient de la division euclidienne de 420 par 126
   b) Déterminer les entiers naturels a et b tels que $\frac{420}{126} = a + \frac{b}{126}$ avec $b < 126$

Correction

Exercice 1

Cocher la ou les bonne(s) réponse(s):

1. 740370 est divisible par :
   ☐ 3 ☐ 5 ☐ 9 ☐ 15
2. L'écriture $433 = 23 \times 18 + 19$ traduit la division euclidienne de 433 par ;
   ☐ 23 ☐ 19 ☐ 18 ☐ 433
3. $\mathrm{pgcd}(13{,}91)$ est égal à :
   ☐ 0 ☐ 1 ☐ 13 ☐ 91

4. La masse m de l'atome de Fer est égale à $m = 0.935 \times 10^{-27}\mathrm{Kg}$. La notation scientifique de m est donc :
   ☐ 0.935×10^{-27} ☐ 9.35×10^{-27} ☐ 9.35×10^{-28} ☐ 935×10^{-30}
5. Une calculatrice affiche pour $\sqrt{8}$ la valeur 2,82842712474619 . Alors l'arrondi de $\sqrt{8}$ à 10^{-2} près est:
   ☐ 2.82 ☐ 2.83 ☐ 2.828 ☐ 2.829
6. La décomposition en facteurs premiers de 378 :
   ☐ $2 \times 7 \times 27$ ☐ $2 \times 7 \times 3^3$ ☐ $2^2 \times 7 \times 3^2$ ☐ $2^3 \times 7 \times 3$

Exercice 2

Affirmation	Vrai ou faux
105 et 70 sont premiers entre eux	Faux
L'écriture scientifique de 6923 est 6.923×10^4	Faux
L'écriture scientifique de 0.0023 est 2.3×10^{-3}	Vrai
L'arrondi au centième de 72.6484 est 72.6	Faux
$\mathrm{ppcm}(36,72) = 72$	Vrai
$\frac{225}{147}$ est une fraction irréductible.	Faux
Tout entier naturel divisible par 7 est impair	Faux
Tout entier divisible par 3 et par 2 est pair.	Vrai
Tout entier naturel n'est divisible que par 1 et par lui-même est premier.	Faux
Le pgcd de deux entiers naturels est un diviseur de leur ppcm.	Vrai

Exercice 3

1. → Un nombre premier est entier naturel qui possède exactement deux diviseurs.

   Ou bien est un entier naturel different de 1 qui n'est divisible que par 1 et par lui-mérme.

   → Deux entiers premiers entre eux sont deux entiers naturels dont le pgcd est egal à 1.
2. 450 et 315 sont tous les deux divisibles par 5 donc ils ne sont pas premiers entre eux.
3. Möthode 1 : La décomposition en facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 450 & 5 \\ 90 & 5 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad 450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$$

$$\begin{array}{r|l} 315 & 5 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad 315 = 3^2 \times 5 \times 7$$

$\text{pgcd}(450{,}315) = 3^2 \times 5 = 45$

Mèthode 2 : Algorithme d'Euclide.

$$450 = 315 \times 1 + 135$$
$$315 = 135 \times 2 + 45$$
$$135 = 45 \times 3 + 0$$

donc pgcd $(450.315) = 45$

Exercice 4

1. a)

$$\begin{array}{l|l} 756 & 2 \\ 378 & 2 \\ 189 & 3 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad 756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$$

$$\begin{array}{r|l} 441 & 3 \\ 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad 441 = 3^2 \times 7^2$$

b) $\mathrm{pgcd}(756{,}441) = 3^2 \times 7 = 63$
c) $\mathrm{pgcd}(756{,}441) = 63 = 1$ donc 756 et 441 ne sont pas premiers entre eux.
2) $\frac{756}{441} = \frac{756:63}{441:63} = \frac{12}{7}$
3) a) 9 est un diviseur commun de 756 et 441 donc il peut former 9 bouquets identiques.
b) Le nombre des bouquets identiques qu'il peut former est un diviseur commun de 756 et 441 et par suite le nombre maximal de bouquets identiques est pgcd(756,441) - 63
Chaque bouquet comporte dans ce cas $\frac{756}{63} = 12$ roses blanches et $\frac{441}{63} = 7$ roses rouges.

Exercice 5

1)

168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

$168 = 2^5 \times 3 \times 7$

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

2. $\mathrm{pgcd}(\mathrm{a}, \mathrm{c}) = 1$ donc a et c sont premiers entre eux.
3. a) $\mathrm{pgcd}(168{,}180) = 2^2 \times 3 = 12$
   b) $\frac{168}{180} - \frac{168:12}{180:12} - \frac{14}{15}$

Le dénominateur de la forme irréductible de $\frac{168}{180}$ est $15 = 5 \times 3$ (sa décomposition comporte un facteur premier autre que 2 ou 5) donc la fraction $\frac{168}{180}$ n'est pas décimale.
4) La division euclidienne de x par 168 et par 180 donne un reste égal a zéro donc x est un multiple commun de 168 et 180.
et par suite x est le plus petit multiple commun non nul de 180 et 168
c'est-a-dire $\mathrm{x} = \mathrm{ppcm}(168{,}180) = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 2520$

Exercice 6

1. $6 + 8 + 4 = 18$ est divisible par 3 donc 684 est divisible par 3
2. 468 et 684 sont tous les deux divisibles par 3 donc ils ne sont pas premiers entre eux.
3. Le nombre maximal de tartelettes identiques qu'il puisse former est le

gcd $(468{,}684)=36$

468	2
234	2
117	3
39	3
13	13
1	

$468=2^2\times3^2\times13$

684	2
342	2
171	3
57	3
19	19
1	

$684=2^2\times3^2\times19$

$$\mathrm{pgcd}(468{,}684)-2^2\times3^2=36$$

Exercice 7

1. a) $1320=504\times2+312$

$$\begin{aligned}&504=312\times1+192\\&312=192\times1+120\\&192=120\times1+72\\&120=72\times1+48\\&72=48\times1+24\\&48=24\times2+0\end{aligned}$$

donc pgcd $(504{,}1320)=24$

b) $\mathrm{pgod}(504{,}1320)\times\mathrm{ppcm}(504{,}1320)=1320\times504$

$$\text{donc ppcm}(504{,}1320)=\frac{1320\times504}{\mathrm{pgcd}(504{,}1320)}=\frac{1320\times504}{24}=27720$$

c) $\frac{504}{1320}=\frac{504:24}{1320:24}=\frac{21}{55}$

2) $\mathrm{pgcd}(n,18)=6$ et $\mathrm{ppcm}(n,18)=36$ donc $18\times n=6\times36$ et par suite $n=\frac{6\times36}{18}=12$

Exercice 8

1. a) La décomposition en facteurs premiers:

$$\begin{array}{r|l} 336 & 2 \\ 168 & 2 \\ 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad 336 = 2^4 \times 3 \times 7 \qquad \begin{array}{r|l} 462 & 2 \\ 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \\ & \\ & \end{array} \qquad 462 = 2 \times 3 \times 7 \times 11$$

$\mathrm{pgcd}(336{,}462) = 2 \times 3 \times 7 = 42$

b) L'algorithme d'Euclide:

$$\begin{aligned} 462 &= 336 \times 1 + 126 \\ 336 &= 126 \times 2 + 84 \\ 126 &= 84 \times 1 + [42] \\ 84 &= 42 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

donc pgcd $(336.462) = 42$

2) a) Méthode 1 : On utilise la décomposition en facteurs premiers de 462 et 336

$$\mathrm{ppcm}(336{,}462) = 2^4 \times 3 \times 7 \times 11 = 3696$$

Méthode 2 ;

$$\mathrm{pgcd}(462{,}336) \times \mathrm{ppcm}(462{,}336) = 462 \times 336$$

$$\mathrm{donc ppcm}(462{,}336) = \frac{462 \times 336}{\mathrm{pgcd}(462{,}336)} = \frac{462 \times 336}{42} = 3696$$

b) $\frac{336}{462} = \frac{336:42}{462:42} = \frac{8}{11}$

Exercice 9

1)

2) $\mathrm{pgod}(420.126) = 2 \times 3 \times 7 = 42$

$$\mathrm{ppcm}(420{,}126) = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 1260$$

3. $\mathrm{pgcd}(420{,}126) = 42 \neq 1$ donc 420 et 126 ne sont pas premiers entre eux.

4. $\frac{126}{420} - \frac{126:42}{420:42} = \frac{3}{10}$
5. a) $420 = 126 \times 3 + 42$

→ Le quotient de la division eudidienne de 420 par 126 est 3
→ Le reste de ta dluision euclidlonne de 420 par 126 est 42
b) $\frac{420}{126} = \frac{126\times3+42}{126} = \frac{126\times3}{126} + \frac{42}{126} = 3 + \frac{42}{126}$