

**Exercice 1 :**

Soit  $x$  et  $y$  deux réels tel que  $1 \leq x \leq 2$  et  $4 \leq y \leq 9$

Donner un encadrement de  $\sqrt{y}$  ;  $\frac{1}{y}$  ;  $-\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}$  ;  $\frac{-\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}}{y}$

**Exercice 2 :**

soit  $x$  et  $y$  deux réels tel que  $-3 \leq x \leq -1$  et  $1 \leq y \leq 2$  Donner un encadrement de  $x^2$  ;  $y^2$  ;  $x^2 - y^2$  ;  $2x - 3y$  et  $\frac{-x}{y}$

**Exercice 3 :**

Soit  $x = \sqrt{5} - 2$  et  $y = \sqrt{5} + 2$

1)a) Calculer  $x \cdot y$  et  $(x + y)^2$ .

b) Ecrire plus simplement  $\frac{x+y}{x-y}$

2)a et b deux réels tels que  $1 \leq a \leq 2$  et  $4 \leq b \leq 5$  encadrer  $2a$  ,  $-3b$  ,  $2a-3b$  ,  $a \cdot b$  et  $\frac{a}{b}$

**Exercice 4 :**

Soient les réels  $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$  et  $y = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ .

1) a- Montrer que  $x$  et  $y$  sont inverses.

b- Déduire la valeur de :  $x^{19} \cdot y^{17}$

2) On pose :  $u = x + y$  et  $v = x - y$ .

a- Calculer  $u^2$  et  $v^2$ .

b- Déduire une expression simplifiée de  $u$  et  $v$ .

**Exercice 5 :**

On pose  $C = |2x - 1| - |1 - 3x| + x$

1- Calculer  $C$  pour  $x = \sqrt{2}$

2- On suppose que  $0 < x < \frac{1}{3}$

a- Encadrer  $(2x - 1)$  et  $(1 - 3x)$

b- Montrer que  $C = 2x$

### Exercice 6 :

1) Soit  $I = \{x \in \mathbb{R} ; -1 \leq 2x - 3 < 3\}$

a) Montrer que  $I = [1, 3[$

b) Pour tout  $x \in I$  Donner un encadrement de  $1-x^2$  et  $\frac{1}{x+3}$

2) Soit  $x \in I$  et  $4 \leq y \leq 5$  et  $A = 3|4 - 5x| + |2y - 5| - 15x - 2y$

a) Donner un encadrement de  $4-5x$  et  $2y-5$

b) Simplifier alors l'expression A.

### Exercice 7 :

On pose pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  ;  $A(x) = \frac{3x-1}{x+1}$  .

1) a) Vérifier que pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  ;  $A(x) = 3 - \frac{4}{x+1}$  .

b) Donner un encadrement de A (x) sachant que  $x \in [\frac{1}{4}, 1]$ .

### Exercice 8 :

Soit a un réel tel que  $-4 < a < -\frac{1}{3}$

1. Donner un encadrement de  $\frac{1}{a}$  et  $\frac{-2}{-a+1}$

2. Montrer que pour tous  $x \neq (-2)$  On  $\frac{2x+3}{x+2} = 2 - \frac{1}{x+2}$

3. Soit  $2 < x < 3$ . Donner un encadrement de  $\frac{2x+3}{x+2}$

### Exercice 9 :

1) Soit  $I = \{x \in \mathbb{R} ; -1 \leq 2x - 3 < 3\}$

a) Montrer que  $I = [1, 3[$

b) On pose  $A = \frac{2x+7}{x+5}$  , vérifier que  $A = 2 - \frac{3}{x+5}$

- Pour tout  $x \in I$  donner un encadrement de A

2) Soit  $y \in [4; 5]$  et  $A = 3|x - 1| + |3x - 10| - |-2y + 5|$

a) Ecrire A sous forme d'inégalité

b) Donner un encadrement de  $x-1, 3x-10$  et  $-2y+5$ , simplifier alors l'expression A.

### Exercice 10 :

On donne  $-3 < x < -2$  et  $y \in ]4,5[$

- 1) Encadrer  $x^2$  ;  $x+y$  ;  $xy$  ;  $\frac{3y}{x+y}$

Soit  $E = |x| - |1 - 2x|$

- 2) Ecrire E sans valeur absolue
- 3) Vérifier que  $x^2 + 5x = (x + \frac{5}{2})^2 - \frac{25}{4}$
- 4) Encadrer  $x^2 + 5x$

### Exercice 11 :

Soit  $x$  un réel tel  $x \in [1; 3]$  et  $a = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 1}$

1. a. Donner un encadrement de  $(3x+1)$  et de  $x^2+1$

b. En déduire que  $\frac{3x+1}{x^2+1} \in [\frac{2}{5}; 1]$

2. a. Vérifier que  $a = 1 + \frac{3x+1}{x^2+1}$

b. En déduire que  $a \in [\frac{7}{5}; 6]$

3. Montrer que  $|a - 6| - \sqrt{16a^2} + |5a - 7| + 1 = 0$

### Exercice 12 :

Soit un réel  $x$  tel que  $1 < -2x + 11 < 13$

- 1) Donner un encadrement de  $x$  puis de  $x-2$
- 2) Soit  $A = -x^2 + 4x + 4$

Vérifier que  $A = 8 - (x - 2)^2$ . Déduire un encadrement de  $A$ .

### Exercice 13 :

On considère l'expression  $A = \frac{2x+8}{x^2+5} - \frac{3}{2}$  tel que  $x \in [-1; 1]$

- 1) Encadrer  $2x+8$  ;  $x^2 + 5$

- 2) Montrer que  $1 \leq \frac{2x+8}{x^2+5} \leq 2$ . En déduire  $|A| \leq \frac{1}{2}$

Montrer que  $\sqrt{(|A| - \frac{1}{2})^2} - \sqrt{(-|A| + \frac{3}{2})^2} = -1$