

Exercice 1

Soit : $A(x) = -2x^2 + 4x - 1$ et $B(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$

1) Vérifier que $A(x) = -2(x-1)^2 + 1$

2) a) Factoriser $B(x) + 1$

b) En déduire une factorisation de $B(x)$ et déduire $B(2)$

Exercice 2

Soit $A(x) = (x-2)(2x+1) + (x-2)$ et $B(x) = (x-2)(x+1) + (x-2)^2$

1) Calculer $A(2)$ et $B(-1)$

2) Factoriser $A(x)$ et $B(x)$

3) Factoriser $A(x) + B(x)$ puis $A(x) - B(x)$

Exercice 3

1- Développer et simplifier l'expression $A = (x^2 + 1)(x - 3) - (x - 1)^3$

2- Soit x un réel, on donne les expressions suivantes

$$B = 4(x-1)^2 - (x+1)^2 + x(x-3)^2$$

$$C = (x-1)^3 - 8 - 2(x-3)(x-1)$$

a- Factoriser B et C

Pour B est non nul, Montrer que $\frac{C}{B} = 1 - \frac{2}{x+1}$

Exercice 4

Soit $f(x) = x^2 - 4x - 5$

1- montrer que $f(x) = (x-2)^2 - 9$

2- Factoriser $f(x)$ et déduire les valeurs de x tel que $f(x) = 0$

3- Soit $g(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 16$

a- développer $(x-2)^3$ et déduire que $g(x) = (x-2)^3 - 8$

b- Factoriser $g(x)$

Exercice 5

On pose $A = 8x^3 - 27 + (3-2x)(3x^2 + 6x + 10)$ et $B = 4x^2 - 12x + 9 + (2x-3)(x^2 + 4)$

1) Factoriser A et B

2) Factoriser les expressions $A+B$ et $A-B$

3) Lorsque B est non nul, simplifier $\frac{A}{B}$

Exercice 6

On donne les expressions A, B et C suivantes :

$$A = x^3 - 64 - 3(4 - x)(2x + 3) ; \quad B = (x + 2)^2 - 9 ; \quad C = (x + 2)^3 - (x - 2)^3$$

a) Factoriser A et B

b) Lorsque B est non nul, montrer que $\frac{A}{B} = \frac{(x - 4)(x + 5)}{(x - 1)}$

c) Montrer que $C = 4(3x^2 + 4)$

Exercice 7

Soient les expressions :

$$f(x) = 27x^3 - 8 + (2 - 3x)(5x^2 + 2x + 3)$$

$$g(x) = 8x^3 + 1 + (1 + 2x)(5x^2 - 10x + 3)$$

1- Factoriser f(x) et g(x).

2- Factoriser les expressions :

$$A(x) = f(x) + g(x) \text{ et } B(x) = f(x) - g(x)$$

3- Déterminer les réels x tel que A(x)=0 et B(x)=0

4- Pour tout $x \notin \{B(x)=0\}$, simplifier l'expression: $\frac{A(x)}{B(x)}$

Exercise 1

$$1) A(x) = -2(x-1)^2 + 1 = -2(x^2 - 2x + 1) + 1$$

$$= -2x^2 - 4x - 2 + 1$$

$$= -2x^2 - 4x - 1 = A(x)$$

$$2) \quad a) \quad B(x) + 1 = x^3 - 3x^2 - 2 + 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x-1)^3$$

$$b) \quad B(x) + 1 = (x-1)^3 \text{ alors } B(x) = (x-1)^3 - 1$$

$$B(x) = (x-1)^3 - 1 = (x-1)^3 - 1^3 = (x-1-1)((x-1)^2 + (x-1) + 1) = (x-2)(x^2 - x + 1)$$

$$B(2) = 0$$

Exercise 2

$$1) A(2) = 0, B(-1) = 9$$

$$2) A(x) = (x-2)(2x+1) + (x-2) = (x-2)(2x+1+1) = (x-2)(2x+2) = 2(x-2)(x+1)$$

$$B(x) = (x-2)(x+1) + (x-2)^2 = (x-2)(x+1+x-2) = (x-2)(2x-1)$$

3)

$$A(x) + B(x) = 2(x-2)(x+1) + (x-2)(2x-1)$$

$$= (x-2)[2(x+1) + (2x-1)] = (x-2)(2x+2+2x-1) = (x-2)(4x+1)$$

$$A(x) - B(x) = 2(x-2)(x+1) - (x-2)(2x-1)$$

$$= (x-2)[2(x+1) - (2x-1)] = (x-2)(2x+2-2x+1) = (x-2)(3) = 3(x-2)$$

Exercise 3

$$A = (x^2 + 1)(x-3) - (x-1)^3$$

$$= x^3 - 3x^2 + x - 3 - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1)$$

$$= x^3 - 3x^2 + x - 3 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1$$

$$= -2x - 2$$

$$2)a) B = 4(x-1)^2 - (x+1)^2 + x(x-3)^2$$

$$= (2(x-1) - (x+1))(2(x-1) + (x+1)) + x(x-3)^2$$

$$= (2x-2-x-1)(2x-2+x+1) + x(x-3)^2$$

$$= (x-3)(3x-1) + x(x-3)^2$$

$$= (x-3)[(3x-1) + x(x-3)]$$

$$= (x-3)[(3x-1) + x^2 - 3x]$$

$$= (x-3)(x^2 - 1)$$

$$= (x-3)(x-1)(x+1)$$

$$C = (x-1)^3 - 8 - 2(x-3)(x-1)$$

$$\begin{aligned}
&= ((x-1) - 2)[(x-1)^2 + 2(x-1) + 2^2] - 2(x-3)(x-1) \\
&= ((x-1) - 2)[(x-1)^2 + 2(x-1) + 2^2] - 2(x-3)(x-1) \\
&= (x-3)[(x^2 - 2x + 1 + 2x - 2 + 4)] - 2(x-3)(x-1) \\
&= (x-3)(x^2 + 3) - 2(x-3)(x-1) \\
&= (x-3)[(x^2 + 3) - 2(x-1)] \\
&= (x-3)(x^2 - 2x + 1) \\
&= (x-3)(x-1)^2
\end{aligned}$$

b-

$$x \neq \{3, -1, 1\},$$

$$\frac{C}{B} = \frac{(x-3)(x-1)^2}{(x-3)(x-1)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1) - 2}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$$

Exercise 4

$$1) (x-2)^2 - 9 = x^2 - 4x + 4 - 9 = x^2 - 4x - 5 = f(x)$$

$$2) f(x) = (x-2)^2 - 9 = (x-2)^2 - 3^2 = (x-2-3)(x-2+3) = (x-5)(x+1)$$

$$f(x) = 0 \text{ signifie } (x-5)(x+2) = 0 \text{ signifie } (x-5) = 0 \text{ ou } (x+2) = 0$$

$$\text{signifie } x = 5 \text{ ou } x = -2$$

$$3) a) (x-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

$$(x-2)^3 - 8 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - 8 = x^3 - 6x^2 + 12x - 16 = g(x)$$

$$b) (x-2)^3 - 8 = (x-2)^3 - 2^3 = (x-2-2)[(x-2)^2 + 2(x-2) + 4]$$

$$= (x-4)(x^2 - 4x + 4 + 2x - 4 + 4)$$

$$= (x-4)(x^2 - 2x + 4)$$

Exercise 5

$$1) A = 8x^3 - 27 + (3-2x)(3x^2 + 6x + 10)$$

$$= (2x)^3 - (3)^3 + (3-2x)(3x^2 + 6x + 10)$$

$$= (2x-3)((2x)^2 + 6x + 9) + (3-2x)(3x^2 + 6x + 10)$$

$$= (2x-3)[(4x^2 + 6x + 9) - (3x^2 + 6x + 10)]$$

$$\begin{aligned}
&= (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) - 3x^2 - 6x - 10 \\
&= (2x - 3)(x^2 - 1) \\
&= (2x - 3)(x - 1)(x + 1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= 4x^2 - 12x + 9 + (2x - 3)(x^2 + 4) \\
&= (2x - 3)^2 + (2x - 3)(x^2 + 4) \\
&= (2x - 3)[(2x - 3) + (x^2 + 4)] \\
&= (2x - 3)(x^2 + 2x + 1) \\
&= (2x - 3)(x + 1)^2
\end{aligned}$$

-pour B#0 et

$$\frac{A}{B} = \frac{(2x - 3)(x - 1)(x + 1)}{(2x - 3)(x + 1)^2} = \frac{x - 1}{x + 1}$$

Exercice 6

a)

$$\begin{aligned}
A &= x^3 - 64 - 3(4 - x)(2x + 3) = x^3 - 4^3 - 3(4 - x)(2x + 3) \\
&= (x - 4)(x^2 + 4x + 16) - 3(4 - x)(2x + 3) \\
&= (x - 4)[(x^2 + 4x + 16) + 3(2x + 3)] \\
&= (x - 4)(x^2 + 4x + 16 + 6x + 9) \\
&= (x - 4)(x^2 + 10x + 25) \\
&= (x - 4)(x + 5)^2 \\
B &= (x + 2)^2 - 9 = (x + 2 - 3)(x + 2 + 3) = (x - 1)(x + 5)
\end{aligned}$$

b)

$$\frac{A}{B} = \frac{(x - 4)(x + 5)^2}{(x - 1)(x + 5)} = \frac{(x - 4)(x + 5)}{(x - 1)}$$

c)

$$\begin{aligned}
C &= (x + 2)^3 - (x - 2)^3 = [(x + 2) - (x - 2)][(x + 2)^2 + (x - 2)(x + 2) + (x - 2)^2] \\
&= 4(x^2 + 4x + 4 + x^2 - 4 + x^2 - 4x + 4) \\
&= 4(3x^2 + 4)
\end{aligned}$$

Exercise 7

$$\begin{aligned}f(x) &= 27x^3 - 8 + (2 - 3x)(5x^2 + 2x + 3) = (3x)^3 - 2^3 + (2 - 3x)(5x^2 + 2x + 3) \\&= (3x - 2)(9x^2 + 6x + 4) + (2 - 3x)(5x^2 + 2x + 3) \\&= (3x - 2)[(9x^2 + 6x + 4) - (5x^2 + 2x + 3)] \\&= (3x - 2)(4x^2 + 4x + 1) \\&= (3x - 2)(2x + 1)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}g(x) &= 8x^3 + 1 + (1 + 2x)(5x^2 - 10x + 3) \\&= (2x)^3 + 1^3 + (1 + 2x)(5x^2 - 10x + 3) \\&= (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) + (1 + 2x)(5x^2 - 10x + 3) \\&= (2x + 1)[(4x^2 - 2x + 1) + (5x^2 - 10x + 3)] \\&= (2x + 1)(9x^2 - 12x + 4) \\&= (2x + 1)(3x - 2)^2\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}A(x) &= (3x - 2)(2x + 1)^2 + (2x + 1)(3x - 2)^2 \\&= (3x - 2)(2x + 1)(2x + 1 + 3x - 2) \\&= (3x - 2)(2x + 1)(5x - 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B(x) &= (3x - 2)(2x + 1)^2 - (2x + 1)(3x - 2)^2 \\&= (3x - 2)(2x + 1)(2x + 1 - (3x - 2)) \\&= (3x - 2)(2x + 1)(-x + 3)\end{aligned}$$

3)

- $A(x) = (3x - 2)(2x + 1)(5x - 1)$

$$A(x) = 0 \text{ signifie } (3x - 2)(2x + 1)(5x - 1) = 0$$

$$\text{signifie } (3x - 2) = 0 \text{ ou } (2x + 1) = 0 \text{ ou } (5x - 1) = 0$$

$$\text{signifie } x = \frac{2}{3} \text{ ou } x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = \frac{1}{5}$$

- $B(x) = (3x - 2)(2x + 1)(-x + 3)$

$$B(x) = 0 \text{ signifie } (3x - 2)(2x + 1)(-x + 3) = 0$$

$$\text{signifie } (3x - 2) = 0 \text{ ou } (2x + 1) = 0 \text{ ou } (-x + 3) = 0$$

$$\text{signifie } x = \frac{2}{3} \text{ ou } x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = 3$$

4)

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{(3x - 2)(2x + 1)^2}{(2x + 1)(3x - 2)^2} = \frac{2x + 1}{3x - 1}$$