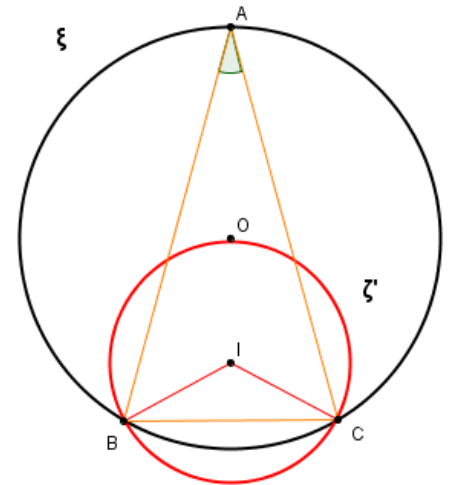


[www.mathinfo.tn](http://www.mathinfo.tn)

**EXERCICE 1 (4 points)**

Répondre par: **VRAI** ou **FAUX** en justifiant

- 1) Soit  $\mathcal{C}$  un cercle de centre O circonscrit au triangle ABC et soit  $\mathcal{C}'$  un cercle de centre I circonscrit au triangle OBC .  
Si  $\widehat{BAC} = 30^\circ$  alors  $\widehat{IBC} = 30^\circ$
- 2) Si p est un entier premier alors  $p^2$  est un entier premier.
- 3) On peut trouver deux entiers naturels a et b tels que  $\text{PGCD}(a; b) = 13$  et  $\text{PPCM}(a; b) = 614$ .
- 4) Si  $b$  est un entier premier supérieur ou égal à 3 alors la fraction  $\frac{2}{b+2}$  est irréductible.



**EXERCICE 2 (3 points)**

Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours d'un même circuit. La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes.

- 1) A quel moment les deux voitures se croisent-elles pour la première fois sur la ligne de départ?
- 2) Combien chacune aura-t-elle fait de tours?

**EXERCICE 3 (6 points)**

- 1) En utilisant l'algorithme d'Euclide, Déterminer PGCD ( 1542; 3598 ).
- 2) Recopier et compléter la grille avec les nombres que tu découvriras avec les définitions.

**Horizontalement**

- I: PGCD (250; 125).  
 II: Ce nombre est un multiple de 9.  
 III : Le chiffre des unités d'un nombres divisible par 10.  
 Ce nombre est divisible par 5.  
 IV: Le reste de la division euclidienne de 121 par 8.  
 Le quotient de 245 par 112.

**Verticalement**

- A: Le plus petit multiple de 24 a trois chiffres.  
 B: Le quotient de la division euclidienne de 274 par 10.  
 Le diviseur commun à tous les entiers.  
 C: PGCD (1542; 3598 )  
 D: 3 est un diviseur de ce nombre

	A	B	C	D
I				
II				
III				
IV				

**EXERCICE 4 (7 points)**

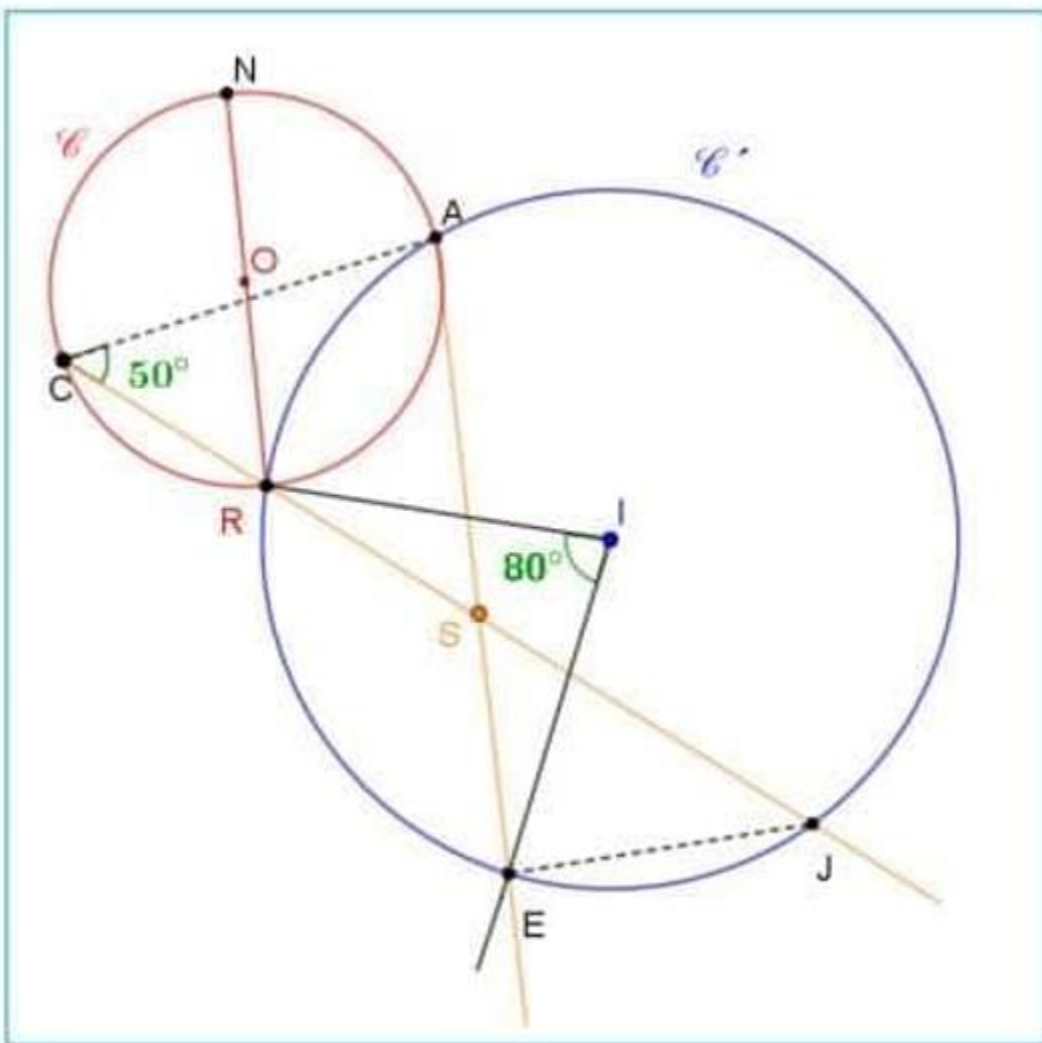
Dans la figure de l'annexe 1

Les points A, N, R et C appartiennent à un même cercle  $\mathcal{C}$  de centre O .

Le segment [NR] est un diamètre de  $\mathcal{C}$

Les points A, R et E appartiennent à un même cercle  $\mathcal{C}'$  de centre I . On donne  $\widehat{ACR} = 50^\circ$  et  $\widehat{RIE} = 80^\circ$  .

- 1) Déterminer en justifiant la mesure de l'angle  $\widehat{NCA}$
- 2) a) Montrer que  $\widehat{NRA} = 40^\circ$  .  
b) En déduire que les droites (AE) et (NR) sont parallèles.
- 3) La perpendiculaire à la droite (AR) en R recoupe  $\mathcal{C}'$  en J et (AE) en S .  
a) En déduire que les droites (AE) et (EJ) sont perpendiculaires.  
b) Montrer que le quadrilatère NASR est un parallélogramme.



## Correction

### Exercice 1

1/ VRAI  $\widehat{BAC} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BOC} = 60^\circ$  (angle au centre associé dans  $\mathcal{C}$ )

$\Rightarrow \widehat{BIC} = 120^\circ$  (angle au centre associé dans  $\mathcal{C}'$ )

or IBC est isocèle de sommet I alors

$$\widehat{IBC} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

2/ FAUX Pour  $p = 3$  on a  $p^2 = 9$  divisible par 3 donc non premier.

3/ FAUX 13 divise  $a$  et 13 divise  $b$

$\Rightarrow 13 \times 13$  divise  $a \cdot b$

$\Rightarrow 169$  divise  $13 \times 614$

$\Rightarrow 13$  divise 614 ce qui est faux car 13 ne divise pas 614.

4/ VRAI Si  $b$  est premier et  $b > 2$

$\Rightarrow b$  est impair d'où  $b = 2k + 1$

$\Rightarrow b + 2 = 2k + 3$  impair

donc  $\text{PGCD}(2, b + 2) = 1$  et par suite  $\frac{2}{b+2}$  est irréductible.

### Exercice 2

1/ Soit  $n$  le nombre de tours effectué par  $A$  et  $m$  le nombre de tours effectué par  $B$  lorsque que  $A$  et  $B$  se croisent sur la ligne de départ.

Le moment de croisement est un multiple de 36 et de 30, donc multiple de leurs PPCM or  $\text{PPCM}(30, 36) = 180$  alors le 1er rencontre est après 180 mn

2/ Le nombre de tours pour  $A$  est  $\frac{180}{36} = 5$

Le nombre de tours pour  $B$  est  $\frac{180}{30} = 6$

### Exercice 3

1)

$$3598 = 1542 \times 2 + 514$$

$$1542 = 514 \times 3 + 0$$

Donc  $\text{PGCD}(1542, 3598) = 514$

2)

	A	B	C	D
I	1	2	5	
II	2	7	1	8
III	0		4	5
IV		1		2

#### Exercice 4

1)

$[NR]$  est un diamètre du cercle  $\mathcal{C}$

$C \in \mathcal{C}: C \neq N$  et  $C \neq R$

donc  $\widehat{NCR} = 90^\circ$

Comme  $\widehat{NCA}$  et  $\widehat{ACR}$  sont adjacents alors  $\widehat{NCA} = \widehat{NCR} - \widehat{ACR}$   
 $= 90^\circ - 50^\circ$

donc  $\widehat{NCA} = 40^\circ$

2a)  $\widehat{NRA} = \widehat{NCA} = 40^\circ$

Deux angles inscrits dans  $\mathcal{C}$  qui interceptent le même arc.

b) L'angle  $\widehat{RAE} = \frac{1}{2}\widehat{R\hat{I}E} = 40^\circ$

(angle inscrit dans le cercle  $\mathcal{C}'$  associé à  $\widehat{R\hat{I}C}$  angle au centre qui intercepte l'arc  $\widehat{RE}$ ).

aussi les droites  $(NR)$  et  $(AE)$  coupés par la sécante  $(AR)$  forment deux angles alternes internes  $\widehat{NRA}$  et  $\widehat{RAE}$  égaux, par suite  $(NR) \parallel (AE)$

3/a)  $(AR) \perp (RJ)$ ,  $A, R$  et  $J$  des points de  $\mathcal{C}'$  et distincts deux à deux. Le triangle  $ARJ$  est rectangle en  $R$  inscrit dans le cercle  $\mathcal{C}'$  ainsi  $[AJ]$  est un diamètre de  $\mathcal{C}'$

comme  $E \neq A$  et  $E \neq J$  alors le triangle  $AEJ$  est rectangle en  $E$ .

Alors  $(AE) \perp (EJ)$

b) On a:  $(NR) \parallel (AE)$  et  $S \in (AE)$  alors  $(NR) \parallel (AS)$  (1)

On a dans le triangle  $ARS$

$$\begin{aligned}
 \widehat{RSA} &= 180^\circ - (\widehat{ARS} + \widehat{RAS}) \\
 &= 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ \\
 &= 50^\circ
 \end{aligned}$$

On a les deux angles  $\widehat{NAR}$  et  $\widehat{RAS}$  sont adjacents alors

$$\begin{aligned}
 \widehat{NAS} &= \widehat{NAR} + \widehat{RAS} = 40 + 90 = 130^\circ \\
 \Rightarrow \widehat{RSA} + \widehat{NAS} &= 180^\circ
 \end{aligned}$$

On a : les droites (NA) et (RS) coupés par une sécante (AS) forment deux angles intérieurs d'un même coté et supplémentaires alors  $(NA) \parallel (RS)$  (2)

D'après (1) et (2): NASR a les droites deux à deux parallèles alors il est un parallélogramme.