

Exercice 1*10points

Devoirs corrigés sur
www.mathinfo.tn

Les questions sont indépendantes.

- 1 On considère les nombres $a = 2^2 \times 3^3 \times 21^2$ et $b = 2^3 \times 35^2$. Déterminer le $PGCD(a; b)$.
- 2 Déterminer les entiers naturels n pour que $\frac{2n+21}{n+2}$ soit un entier naturel.
- 3 En utilisant l'algorithme d'Euclide déterminer

a $PGCD(264, 80)$.	b En déduire le $PPCM(264, 80)$.
---------------------	-----------------------------------
- 4 a Simplifier le rationnel $r = \frac{264}{80}$ pour le rendre irréductible b Déterminer l'arrondi à 10^{-2} près de r .
- 5 Écrire les fractions suivantes sans radicaux au dénominateur

a $\frac{1}{3+\sqrt{5}}$	b $\frac{1+\sqrt{10}}{2+\sqrt{10}}$
--------------------------	-------------------------------------
- 6 Montrer que : $(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{2024}) = \frac{1}{2024}$

Exercice 25 *points**

- 1 $ABCD$ est un trapèze de bases $[AB]$ et $[CD]$ (figure 1)
 - a Déterminer la mesure de l'angle \widehat{BDC}
 - b en déduire la mesure de l'angle \widehat{CED}
- 2 a Déterminer la mesure de l'angle \widehat{CAB}
- b en déduire la mesure de l'angle \widehat{ACB}
- 3 le triangle CAD est-il rectangle en A ? justifier ta réponse

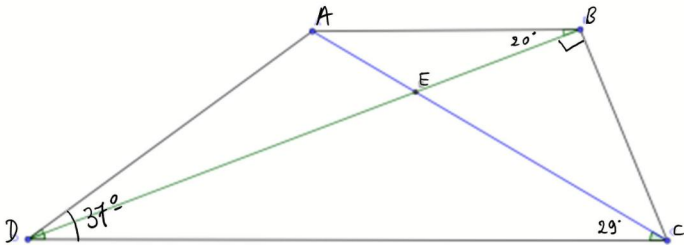


Figure 1:

Exercice 3**5 *points

Dans (la figure 2) ci-après \mathcal{C} est un cercle de centre \mathcal{O} . A, B, C et F sont quatre points du cercle φ tels que $\widehat{BAC} = 40^\circ$ et $\widehat{BAF} = 25^\circ$

- 1 Calculer en justifiant votre réponse les mesures des angles \widehat{BCF} , \widehat{FOC} et \widehat{OFC}
- 2 Montrer que les droites (OF) et (BC) sont parallèles.

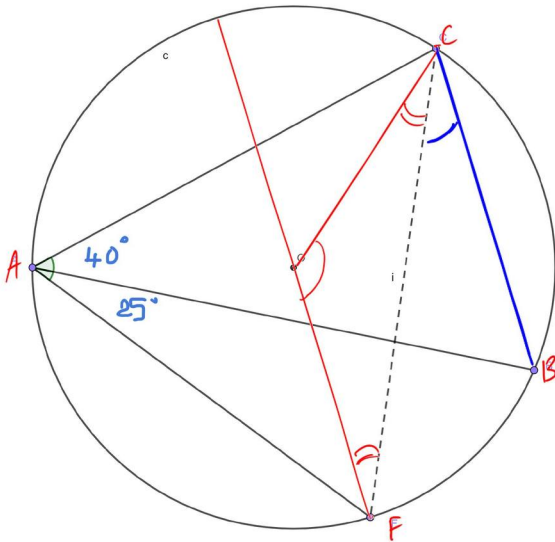


Figure 2:

Exercice 1*10points

Les questions sont indépendantes.

- 1 On considère les nombres $a = 2^2 \times 3^3 \times 21^2$ et $b = 2^3 \times 35^2$. Déterminer le $PGCD(a; b)$.

$$21 = 3 \times 7 \Rightarrow a = 2^2 \cdot 3^3 \cdot (3 \cdot 7)^2 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 3^2 \cdot 7^2 = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 7^2$$

$$35 = 5 \cdot 7 \Rightarrow b = 2^3 \cdot (5 \cdot 7)^2 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7^2$$

$$PGCD(a; b) = 2^2 \cdot 7^2 = 4 \cdot 49 = 196.$$

- 2 Déterminer les entiers naturels n pour que $\frac{2n+21}{n+2}$ soit un entier naturel.

$$\frac{2n+21}{n+2} = \frac{2(n+2-2)+21}{n+2} = \frac{2(n+2) - 2 \cdot 2 + 21}{n+2} = 2 + \frac{17}{n+2} \in \mathbb{N}$$

$$\text{or } 2 \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{17}{n+2} \in \mathbb{N} \Rightarrow n+2 \in \mathcal{D}_{\frac{17}{17}} = \{1, 17\}$$

$$\text{si } n+2=1 \Rightarrow n=1-2=(-1) \notin \mathbb{N} \text{ A rejeter}$$

$$\text{si } n+2=17 \Rightarrow n=17-2=15 \Rightarrow n=15$$

$$\text{Vérification: } \frac{2 \times 15 + 21}{15 + 2} = \frac{30 + 21}{17} = \frac{51}{17} = 3 \in \mathbb{N}.$$

- 3 En utilisant l'algorithme d'Euclide déterminer

a) $PGCD(264, 80)$.

b) En déduire le $PPCM(264, 80)$.

$$a) 264 = 80 \times 3 + 24$$

$$80 = 24 \times 3 + (8) \Rightarrow PGCD(264, 80) = 8$$

$$24 = 8 \times 3 + 0.$$

$$b) PPCM(264; 80) = \frac{264 \times 80}{8} = 2640.$$

- 4 a) Simplifier le rationnel $r = \frac{264}{80}$ pour le rendre irréductible

- b) Déterminer l'arrondi à 10^{-2} près de r .

$$a) r = \frac{264}{80} = \frac{8 \times 33}{8 \times 10} = \frac{33}{10} \text{ irréductible}$$

$$b) r = 3,30.$$

5 Écrire les fractions suivantes sans radicaux au dénominateur

a $\frac{1}{3+\sqrt{5}}$

b $\frac{1+\sqrt{10}}{2+\sqrt{10}}$

a $\frac{1}{3+\sqrt{5}} = \frac{3-\sqrt{5}}{3^2-\sqrt{5}^2} = \frac{3-\sqrt{5}}{9-5} = \frac{3-\sqrt{5}}{4}$

b $\frac{1+\sqrt{10}}{2+\sqrt{10}} = \frac{(1+\sqrt{10})(2-\sqrt{10})}{2^2-\sqrt{10}^2}$
 $= \frac{2-\sqrt{10}+2\sqrt{10}-10}{2-10}$
 $= \frac{4-\sqrt{10}}{-6} = \frac{8-\sqrt{10}}{6}$

6 Montrer que : $(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{4})\dots(1-\frac{1}{2024}) = \frac{1}{2024}$

$\frac{1}{2} \times (\frac{3}{3}-\frac{1}{3}) \times (\frac{4}{4}-\frac{1}{4}) (\frac{5}{5}-\frac{1}{5}) \times \dots \times (\frac{2023}{2023}-\frac{1}{2023}) (\frac{2024}{2024}-\frac{1}{2024}) =$
 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{2022}{2023} \times \frac{2023}{2024} = \frac{1}{2024}$

Exercice 2**5 *points

1 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] (figure 1)

1° l'angle $\widehat{BDC} = \widehat{ABD} = 20^\circ$ (Alternes internes ; (BD) coupe (AB) et (DC) en B et D)

2° l'angle $\widehat{CED} = 180 - (20 + 99) = 180 - 119 = 61^\circ$

3° l'angle $\widehat{CAB} = \widehat{ACD} = 29^\circ$ (alternes internes ; (AC) coupe (AB) et (DC) en A et C)

4° l'angle $\widehat{ACB} = 180 - (\widehat{CAB} + 20 + 90) = 180 - (29 + 110) = 180 - 139 = 41^\circ$

5° $\widehat{CAD} = 180 - (37 + 29) = 180 - 66 = 114^\circ \neq 90^\circ$

Donc CAD n'est pas un triangle rectangle.

Exercice 3**5 *points

Dans (la figure 2) ci-après C est un cercle de centre O. A, B, C et F sont quatre points du cercle φ tels que $\widehat{BAC} = 40^\circ$ et $\widehat{BAF} = 25^\circ$

1 Calculer en justifiant votre réponse les mesures des angles \widehat{BCF} , \widehat{FOC} et \widehat{OFC}

2 Montrer que les droites (OF) et (BC) sont parallèles.

Correction de DEVOIR DE CONTRÔLE N°1

