Exercice 1

Soient A, B et C trois points d'une droite Δ munie d'un repère cartésien $(O, \overrightarrow{OI})$ d'abscisses respectives 2, -3 et 5

1) a) Placer sur Δ les points A, B et C

b) Calculer $\overline{AB}$, $\overline{CA}$

2) Déterminer l'abscisse du point F tel que F est le milieu de [BC]

3) Exprimer $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{OI}$

4) Déterminer le point M de Δ tel que : $4\overline{MA}-3\overline{MB}+\overline{MC}=0$

5) Déterminer l'abscisse du point B selon repère $(A, \overrightarrow{AI})$

Exercice 2

Soit une droite D munie d'un repère cartésien $(O, \overrightarrow{OI})$

1)Placer sur D les points A, B et C définie par $x_A=3$; $\overline{AB}=-5$; $\overline{AC} = 2\,\overline{AB}$

2) Déterminer le point M de D tel que $2\overline{AM} -3\overline{MB} =4$

3) Déterminer le point N de D d'abscisses positif tel que 3 BN=NC

4) Déterminer les abscisses des points O, A et C dans le repère $(A, \overrightarrow{AB})$

Exercice 3

Soit ABCD un parallélogramme

On considère les points M et N tel que : $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AD}$

1) Exprimer $\overrightarrow{MC}$ en fonction de $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$

2) Exprimer $\overrightarrow{CN}$ en fonction de $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$

3) En déduire que les points M, N et C sont alignés.

Exercice 4

Soit $\Re = (O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

Soient A(1,2) ; B(3,4) ; C(2,5) et D(0,3)

1) Montrer que ABCD est un parallélogramme.

2) Montrer que ABC est un triangle rectangle.

3) Soit I est le milieu de [AB] et le point M(4,5)

a)Déterminer les coordonnées du point I

b) Montrer que les points A, I et M sont alignés.

Exercice 5

Le plan est muni d'un repère cartésien

Soit les points A(–1 , 3) ; B(1 , 0) ;C(4 , 1) et D(2 , 4).

1) Montrer que ABCD est un parallélogramme.

2) Soient E et F les points définis par : $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

a) Calculer les coordonnées des points E et F,puis les coordonnées du milieu de [EF].

b) Vérifier que [EF] et [AC] ont le même milieu.

Exercice 6

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soient les points A(2,-1) et B(1,2).

1) a- Prouver que OAB est un triangle isocèle et rectangle.

b-Déterminer les coordonnées du point C tel que OACB est un carré.

Exercice 7

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soient les points $A(1,1)$; $B(-4,1)$ et $C(4,5)$.

1) a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
b) Les points A, B et C sont ils alignés ? Justifier.

c) Montrer que ABC est un triangle isocèle en A.

2) Soit E le point du plan vérifiant : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ Montrer que les coordonnées du point E est $(-5,3)$

Exercice 8

ABCD est un parallélogramme, I est le milieu de [AB]. E est le point tel que $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$

1) Prouver que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
2) En déduire que les points A, C et E sont alignés.

3) On considère le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$

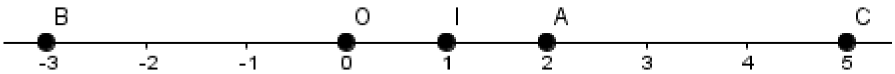
a) Donner dans ce repère les coordonnées des points A; C et E.

b) Retrouver alors le résultat de la question 2).

Correction

Exercice 1

1)a)



b)

$\overline{AB} = x_B - x_A = -3 - 2 = -5$

$\overline{CA} = x_A - x_C = 2 - 5 = -3$

2)F est le milieu de [BC] alors

$$x_F = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-3+5}{2} = 1$$

3) $OA = x_A OI = 2OI$

$AC = (x_A - x_C)OI = 3OI$

4)

$4MA - 3MB + MC = 0$ équivaut : $4(x_A - x_B) - 3(x_B - x_M) + (x_C - x_M) = 0$

équivaut : $4(2 - x_B) - 3(-3 - x_M) + (5 - x_M) = 0$ équivaut : $8 - x_M + 9 + x_M + 5 - x_M = 0$

équivaut : $-2x_M + 22 = 0$ équivaut : $x_M = 11$

5)

$AB = (x_B - x_A)OI = -5OI$ donc $-\frac{1}{5}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OI}$ -1-

$AI = (x_I - x_A)OI = (1-2)OI = -OI$ donc $-AI = OI$ -2-

On obtient $-\frac{1}{5}\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AI}$ ou bien $AB = 5AI$

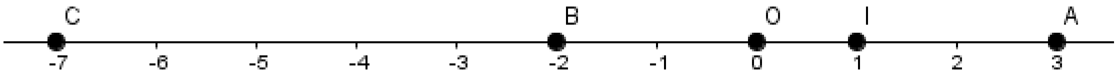
l'abscisse du point B selon repère (A, $\overrightarrow{AI}$) *est* 5

Exercice 2

1)

$\overline{AB} = -5$ équivaut $x_B - x_A = -5$ équivaut $x_B - 3 = -5$ équivaut $x_B = -2$

$\overline{AC} = 2\overline{AB}$ équivaut $x_C - x_A = 2\times(-5)$ équivaut $x_C - 3 = -10$ équivaut $x_C = -7$



2)

$2MA - 3MB = 4$ équivaut : $2(x_A - x_B) - 3(x_B - x_M) = 4$ équivaut : $2(x_M - 3) - 3(-2 - x_M) = 4$

équivaut : $2x_M - 6 + 6 + 3x_M = 4$ équivaut : $5x_M = 4$ équivaut : $x_M = \frac{4}{5}$

C.

$3BN = NC$ équivaut : $3|x_N - x_B| = |x_C - x_N|$ équivaut : $|3x_N + 6| = |-7 - x_N|$

équivaut : $3x_N + 6 = -7 - x_N$ ou $3x_N + 6 = 7 + x_N$ équivaut : $4x_N = -13$ ou $2x_N = 1$

équivaut : $x_N = -\frac{13}{4}$ ou $x_N = \frac{1}{2}$ comme x_N est positif donc $x_N = \frac{1}{2}$

2)

- $\vec{AB} = -5\vec{OI}$ donc $-\frac{1}{5}\vec{AB} = \vec{OI}$ -1-

$\vec{AO} = (x_O - x_A)\vec{OI} = -3\vec{OI}$ donc $-\frac{1}{3}\vec{AI} = \vec{OI}$ -2-

On obtient $-\frac{1}{5}\vec{AB} = -\frac{1}{3}\vec{AO}$ ou bien $\vec{AO} = \frac{3}{5}\vec{AB}$

l'abscisse du point O selon repère $(A, \vec{AB})$ *est* $\frac{3}{5}$

- $\vec{AC} = 2\vec{AB}$ donc l'abscisse du point C selon repère $(A, \vec{AB})$ *est* 2

Exercice 3

1) $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

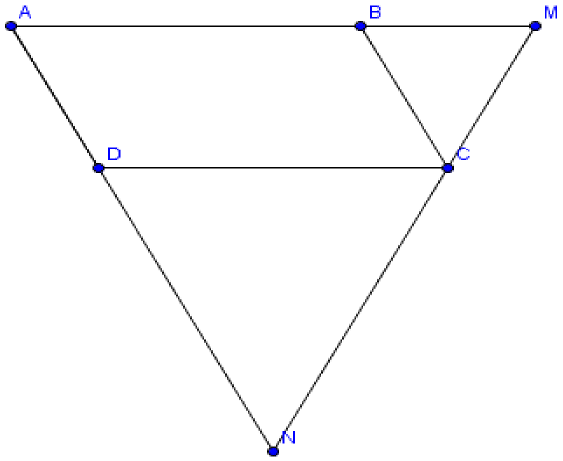
2)

- $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} = 3\overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC}$

3) on remarque $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC} = 2(\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{MC}$

$\overrightarrow{CN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CM}$ donc les points M, N et C sont alignés.



Exercice 4

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc est un parallélogramme.

2) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

2(-1)+2(1)=0 donc (AB) perpendiculaire a (BC)

Donc ABC est un triangle rectangle.

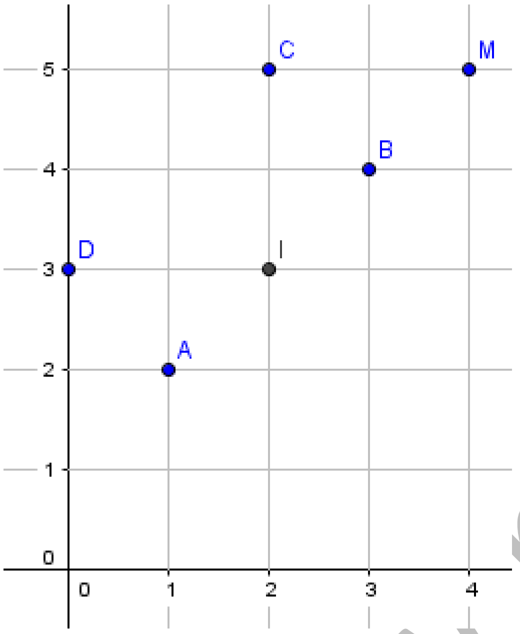
3)a)

- Coordonnés du milieu de [AB]

$$\begin{cases} \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{4}{2} = 2 \\ \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{6}{2} = 3 \end{cases} \qquad I(2,3)$$

b) $\overrightarrow{AI} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

$AM = 3AI$ donc les points A, M et I sont alignés.



Exercice 5

1/ $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme.

2/

- $\overrightarrow{CE} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{CD}$

$\dfrac{1}{3}\overrightarrow{CD} = \dfrac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x_E - x_C \\ y_E - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{donc} \begin{cases} x_E = -\frac{2}{3} + x_C \\ y_E = 1 + y_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -\frac{2}{3} + 4 \\ y_E = 1 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = \frac{10}{3} \\ y_E = 2 \end{cases}$$

$E(\frac{10}{3}, 2)$

- $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

  $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x_F - x_A \\ y_F - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{donc} \begin{cases} x_F = \frac{2}{3} + x_A \\ y_F = -1 + y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = \frac{2}{3} - 1 \\ y_F = -1 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = -\frac{1}{3} \\ y_F = 2 \end{cases}$$

$F(-\frac{1}{3}, 2)$

b/

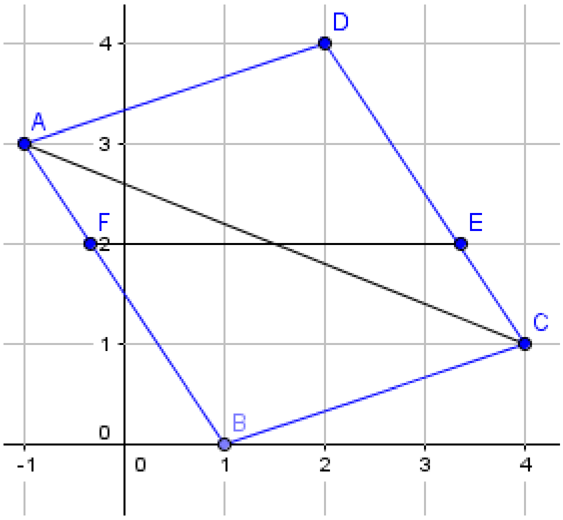
- Coordonnés du milieu de [EF]

$$\begin{cases} \frac{x_F + x_E}{2} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \\ \frac{y_F + y_E}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{cases} \quad ;$$

- Coordonnés du milieu de [AC]

$$\begin{cases} \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{3}{2} \\ \frac{y_A + y_C}{2} = 2 \end{cases}$$

[EF] et [AC] ont le même milieu.



Exercice 6

1)a)

$\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

$OA=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$

$OB=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

OA=OB donc OAB est un triangle isocèle

2(1)+(-1)2=0 donc (OA) et (OB) sont perpendiculaires

OAB est un triangle rectangle

Conclusion :

OAB est un triangle isocèle et rectangle

b) OACB est un carré donc

$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{BC}$ donc est un parallélogramme.

2) $\overrightarrow{OA}=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}x_c-1\\y_c-2\end{pmatrix}$

$\begin{cases}2=x_c-1\\-1=y_c-2\end{cases}$ Donc C(3,1)

Exercice 7

1) a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\0\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

b) $\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=$ -5(4)-0(3)=-20#0 donc A,B et C ne sont pas alignés

$$AB = \sqrt{(-5)^2 + (0)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$AC = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

Donc ABC est un triangle isocèle en A

2) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}, \ \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix} x_E + 4 \\ y_E - 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} X_E + 4 = -1 \\ Y_E - 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_E = -5 \\ Y_E = 3 \end{cases}$$

E(-5,3)

Exercice 8

1) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \underbrace{\overrightarrow{DE}}_{\frac{2}{3}\overrightarrow{DI}} = \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AI}) = \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}(-\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

2) $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}(\underbrace{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}_{\overrightarrow{AC}}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

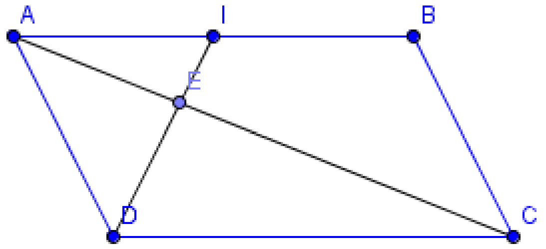
$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ donc les points A, C et E sont alignés

a) A(0,0) (dans la base $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$)

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ donc C(1,1) (dans la base $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$)

$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ donc $E(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ (dans la base $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$)

b) $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}(\underbrace{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}_{\overrightarrow{AC}}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$


A
I
B
E
D
C