

Exercice: 1

Résoudre dans IR les équations suivantes :

a) $\frac{x+2}{3} = \frac{x-1}{7}$

b) $\frac{x+2}{3} + \frac{x-1}{7} = 5$

c) $|x| = 5$

d) $x\sqrt{2} + x - 2 = 0$

e) $|2x-4| = 6$

f) $|4x-6| + |6x-9| = 10$

g) $(x^2-4) = (x-2)(x-3)$

h) $|x^2-16| = 0$

Exercice: 2

Résoudre dans IR les équations suivantes :

a) $(2x+1)(3x-4) - (2x+1)(x-1) + 6(2x+1) = 0$

b) $(x-2)^2 - 9(2x-1)^2 = 0$

c) $(x-1)^3 - (x+1)^3 = -2$

d) $4x^2 - 4x = -1$

e) $\sqrt{4x^2 - 28x + 49} = 9$

Exercice: 3

Résoudre dans IR les équations suivantes :

a) $|2x+7| = |x-1|$

b) $x^3 - 27 - 9(x-3) = 0$

c) $(3x-1)^2 = 25(x+1)^2$

d) $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$

e) $(2x-1)^2 = 4x+1$

f) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = |x-1|$

Exercice: 4

Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

a) $5x+1 \geq 0$

b) $|x| < 5$

c) $|x| > 2$

d) $|x| > -2$

e) $|2x-3| \leq 1$

f) $(x-1)(2-x) \geq 0$

g) $(3x+2) - 3x^2 - 2x < 0$

h) $x^2 - 1 \leq x + 1$

i) $(x-2)(x^2-1) \leq 0$

Exercice: 5

On considère les expressions suivantes : $f(x) = 36x^2 - 24x$ et $g(x) = 9x^2 - 12x + 4$.

1) Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.

2) Résoudre dans IR les équations $f(x) = 0$ et $g(x) = 1$.

3) Résoudre dans IR les inéquations $f(x) \leq 0$ et $g(x) > 0$.

4) Factoriser $f(x) - g(x)$ puis résoudre $f(x) - g(x) = 0$.

5) Etudier le signe de $x-1$ puis résoudre $\sqrt{g(x)} = x-1$.

Exercice: 6

- 1) a) Développer $(x + \frac{1}{2})^2$. En déduire le signe de $x^2 + x + 2$
- b) Montrer que $x^3 + x - 2 = (x - 1)(x^2 + x + 2)$
- c) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $x^3 + x \geq 2$

Exercice 7 :

Soit x un réel, on donne les expressions suivantes

$$A(x) = x^2 - 1 + 2(x-1)(x+4)$$

$$B(x) = (x-1)(x-3)$$

- a- Mettre en facteur $A(x)$
 - b- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $A(x) = 0$
- 2)a) Vérifier que $A(x) - B(x) = (x-1)(2x+12)$
 - b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $A(x) < 0$

Exercice: 1

a) $\frac{x+2}{3} = \frac{x-1}{7}$ signifie $7x+14 = 3x-3$ signifie $4x = -17$ signifie $x = -\frac{17}{4}$

$$S_{IR} = \left\{-\frac{17}{4}\right\}$$

b) $\frac{x+2}{3} + \frac{x-1}{7} = 5$ signifie $\frac{7(x+2)}{21} + \frac{3(x-1)}{21} = 5$ signifie $\frac{7x+14+3x-3}{21} = 5$ signifie $\frac{10x+11}{21} = 5$

signifie $10x+11=105$ signifie $10x=94$ signifie $x = \frac{94}{10} = \frac{47}{5}$

$$S_{IR} = \left\{\frac{47}{5}\right\}$$

c) $|x|=5$ signifie $x=5$ ou $x=-5$

$$S_{IR} = \{-5, 5\}$$

d) $x\sqrt{2} + x - 2 = 0$ signifie $x(\sqrt{2} + 1) - 2 = 0$ signifie $x = \frac{2}{\sqrt{2} + 1}$

$$S_{IR} = \left\{\frac{2}{\sqrt{2} + 1}\right\}$$

e) $|2x-4|=6$ signifie $2x-4=6$ ou $2x-4=-6$

$$\begin{cases} 2x-4=6 \\ 2x-4=-6 \end{cases} \text{ signifie } \begin{cases} 2x=10 \\ 2x=-2 \end{cases} \text{ signifie } \begin{cases} x=5 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$S_{IR} = \{-1, 5\}$$

f) $|4x-6| + |6x-9|=10$ signifie $|2(2x-3)| + |3(2x-3)|=10$ signifie $2|2x-3| + 3|2x-3|=10$
signifie $5|2x-3|=10$ signifie $2x-3=5$ ou $2x-3=-5$

$$\begin{cases} 2x-3=5 \\ 2x-3=-5 \end{cases} \text{ signifie } \begin{cases} 2x=8 \\ 2x=-2 \end{cases} \text{ signifie } \begin{cases} x=4 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$S_{IR} = \{-1, 4\}$$

g) $(x^2-4) = (x-2)(x+2)$ signifie $(x-2)(x+2) = (x-2)(x-3)$ signifie $(x-2)(x+2) - (x-2)(x-3)=0$
signifie $(x-2)((x+2) - (x-3))=0$ signifie $(x-2)5=0$ signifie $(x-2)=0$ signifie $x=2$

$$S_{IR} = \{2\}$$

h) $|x^2-16|=0$ signifie $|(x-4)(x+4)|=0$ signifie $\begin{cases} x-4=0 \\ x+4=0 \end{cases}$ signifie $\begin{cases} x=4 \\ x=-4 \end{cases}$

$$S_{IR} = \{-4, 4\}$$

Exercice: 2

a) $(2x+1)(3x-4) - (2x+1)(x-1) + 6(2x+1) = 0$ signifie $(2x+1)((3x-4) - (x-1) + 6) = 0$

$$\text{signifie } (2x+1)((2x+3)=0 \text{ signifie } \begin{cases} 2x+1=0 \\ 2x+3=0 \end{cases} \text{ signifie } \begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ x=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$S_{IR} = \left\{ -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\}$$

$$\text{b) } (x-2)^2 - 9(2x-1)^2 = 0 \text{ signifie } ((x-2)-3(2x-1)) ((x-2)+3(2x-1)) \text{ signifie } (x-2-6x+3)(7x-8)$$

$$\text{signifie } -(5x+3)(7x-8) \text{ signifie } \begin{cases} 5x+3=0 \\ 7x-8=0 \end{cases} \text{ signifie } \begin{cases} x=-\frac{3}{5} \\ x=\frac{8}{7} \end{cases}$$

$$S_{IR} = \left\{ -\frac{3}{5}, \frac{8}{7} \right\}$$

$$\text{c) } (x-1)^3 - (x+1)^3 = -2 \text{ signifie } ((x-1) - (x+1))((x-1)^2 + (x-1)(x+1) + (x+1)^2) = -2$$

$$\text{signifie } -2(x^2 - 2x + 1 + x^2 - 1 + x^2 + 2x + 1) = -2 \text{ signifie } (3x^2 + 1) = 1 \text{ signifie } 3x^2 = 0$$

$$S_{IR} = \{0\}$$

$$\text{d) } 4x^2 - 4x = -1 \text{ signifie } 4x^2 - 4x + 1 = 0 \text{ signifie } (2x-1)^2 = 0 \text{ signifie } x = \frac{1}{2}$$

$$S_{IR} = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$\text{e) } \sqrt{4x^2 - 28x + 49} = 9 \text{ signifie } \sqrt{(2x-7)^2} = 9 \text{ signifie } \sqrt{(2x-7)^2} = 9 \text{ signifie } |2x-7| = 9$$

$$\begin{cases} 2x-7=9 \\ 2x-7=-9 \end{cases} \text{ signifie } \begin{cases} x=\frac{16}{2} \\ x=-\frac{2}{2} \end{cases} \text{ signifie } \begin{cases} x=8 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$S_{IR} = \{-1, 8\}$$

Exercice: 3

$$\text{a) } |2x+7| = |x-1|$$

$$\text{signifie } \begin{cases} 2x+7 = x-1 \\ 2x+7 = 1-x \end{cases} \text{ signifie } \begin{cases} x=-8 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$S_{IR} = \{-8, -2\}$$

$$\text{b) } x^3 - 27 - 9(x-3) = 0 \text{ signifie } (x-3)(x^2 + 3x + 9) - 9(x-3) = 0 \text{ signifie } (x-3)(x^2 + 3x + 9 - 9) = 0$$

$$\text{signifie } (x-3)(x^2 + 3x) = 0 \text{ signifie } x(x-3)(x+3) = 0 \begin{cases} x=0 \\ x=3 \\ x=-3 \end{cases}$$

$$S_{IR} = \{-3, 0, 3\}$$

$$(3x-1)^2 = 25(x+1)^2 \text{ signifie } |(3x-1)| = |5(x+1)| \text{ signifie}$$

$$\begin{cases} 3x-1 = 5(x+1) \\ 3x-1 = -5(x+1) \end{cases} \text{ signifie } \begin{cases} 3x-1 = 5x+5 \\ 3x-1 = -5x-1 \end{cases} \text{ signifie } \begin{cases} -2x = 6 \\ 8x = -4 \end{cases} \text{ signifie } \begin{cases} x = -3 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$S_{IR} = \left\{ -3, -\frac{1}{2} \right\}$$

d) $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$ signifie $(x^2 - 1)^2 = 0$ signifie $x^2 = 1$ signifie $\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

$S_{IR} = \{-1, 1\}$

e) $(2x - 1)^2 = 4x + 1$ signifie $4x^2 - 4x + 1 = 4x + 1$ signifie $4x^2 - 8x = 0$ signifie $4x(x - 2) = 0$
 signifie $\begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

$S_{IR} = \{0, 2\}$

f) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = |x - 1|$ signifie $\sqrt{(x - 1)^2} = |x - 1|$ signifie $|x - 1| = |x - 1|$

$S_{IR} = IR$

Exercice: 4

a) $5x + 1 \geq 0$ signifie $5x \geq -1$ signifie $x \geq -\frac{1}{5}$ $S_{IR} = [-\frac{1}{5}, +\infty[$

b) $|x| < 5$ signifie $-5 < x < 5$ $S_{IR} =]-5, 5[$

c) $|x| > 2$ signifie $x < -2$ ou $x > 2$ $S_{IR} =]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$

d) $|x| > -2$ toujours vrai $S_{IR} = IR$

e) $|2x - 3| \leq 1$ signifie $-1 < 2x - 3 < 1$ signifie $2 < 2x < 4$ signifie $1 < x < 2$ $S_{IR} =]1, 2[$

f) $(x - 1)(2 - x) \geq 0$

• Tableau de signe:

X	$-\infty$	1	2	$+\infty$
(x-1)	-	0	+	+
(2-x)	+	+	0	-
(x-1)(2-x)	-	+	-	-

$S_{IR} = [1, 2]$

g) $(3x + 2) - 3x^2 - 2x < 0$ signifie $(3x + 2) - x(3x + 2) < 0$ signifie $(3x + 2)(1 - x) < 0$

• Tableau de signe:

X	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	1	$+\infty$
(3x+2)	-	0	+	+
(1-x)	+	+	0	-
(3x+2)(1-x)	-	+	-	-

$S_{IR} =]-\infty, -\frac{2}{3}[\cup]1, +\infty[$

h) $x^2 - 1 \leq x + 1$ signifie $(x - 1)(x + 1) \leq x + 1$ signifie $(x + 1)(x - 1) \leq 0$ signifie $(x + 1)(x - 2) \leq 0$

• Tableau de signe:

X	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
(x+1)	-	0	+	+
(x-2)	-	-	0	+
(x+1)(x-2)	+	-	+	+

$$S_{IR} = [-1, 2]$$

i) $(x-2)(x^2-1) \leq 0$ signifie $(x-2)(x-1)(x+1) \leq 0$

• Tableau de signe:

X	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
(x+1)	-	0	+	+	+
(x-1)	-	-	0	+	+
(x-2)	-	-	-	0	+
(x-2)(x-1)(x+1)	-	+	-	+	+

$$S_{IR} =]-\infty, -1] \cup [1, 2]$$

Exercice:5

1)

$$f(x) = 36x^2 - 24x = 12x(3x-2)$$

$$g(x) = 9x^2 - 12x + 4 = (3x-2)^2 = (3x-2)(3x-2)$$

2) $f(x) = 0$ signifie $x=0$ ou $x = \frac{2}{3}$

$$S_{IR} = \left\{0, \frac{2}{3}\right\}$$

$g(x) = 1$ signifie $(3x-2)^2 = 1$ signifie $3x-2=1$ ou $3x-2=-1$

$$\text{signifie } \begin{cases} 3x = 3 \\ 3x = 1 \end{cases}$$

$$S_{IR} = \left\{\frac{1}{3}, 1\right\}$$

3)

• Tableau de signe:

X	$-\infty$	0	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
x	-	0	+	+
3x-2	-	-	0	+
x(2x-3)	+	-	+	+

$$S_{IR} = [0, \frac{2}{3}]$$

$g(x)$ est toujours positif donc $S_{IR} = IR$

$$4) f(x) - g(x) = 12x(3x-2) - (3x-2)(3x-2) = (3x-2)(12x - (3x-2)) = (3x-2)(9x+2)$$

$$f(x) - g(x) = 0 \text{ signifie } x = \frac{2}{3} \text{ ou } x = -\frac{2}{9}$$

$$S_{IR} = \{-\frac{2}{9}, \frac{2}{3}\}$$

5)

- Tableau de signe:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
x	-1	$-$	$+$
		0	

$$\sqrt{g(x)} = x-1 \text{ il faut que } x \geq 1$$

$$\sqrt{(3x-2)^2} = x-1 \text{ signifie } |3x-2| = x-1 \text{ signifie } 3x-2 = x-1 \text{ ou } 3x-2 = 1-x$$

$$\text{signifie } \begin{cases} 2x = 1 \\ 4x = 3 \end{cases} \text{ signifie } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \text{ Rejeter} \\ x = \frac{3}{4} \text{ Rejeter} \end{cases}$$

$$S_{IR} = \emptyset$$

Exercice: 6

$$1) a) (x + \frac{1}{2})^2 = x^2 + x + \frac{1}{4}$$

$$x^2 + x + 2 = x^2 + x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \text{ donc } x^2 + x + 2 > 0$$

$$b) (x-1)(x^2 + x + 2) = x^3 + x^2 + 2x - x^2 - x - 2 = x^3 + x - 2$$

$$x^3 + x \geq 2 \text{ signifie } x^3 + x - 2 \geq 0 \text{ signifie } (x-1)(x^2 + x + 2) \geq 0$$

- Tableau de signe:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
x	-1	$-$	$+$
		0	

$$S_{IR} = [1, +\infty[$$

Exercice: 7

1)

$$A(x) = x^2 - 1 + 2(x-1)(x+4) = (x-1)(x+1) + 2(x-1)(x+4) = (x-1)(x+1+2(x+4)) = (x-1)(x+1+2x+8)$$

$$=(x-1)(3x+9)$$

$A(x)=0$ signifie $(x-1)(3x+9)=0$ signifie $x-1=0$ ou $3x+9=0$

signifie $x=1$ ou $x=-3$

$$S_R = \{-3, 1\}$$

$$2) a) A(x)-B(x)=(x-1)(3x+9)-(x-1)(x-3)=(x-1)(3x+9-(x-3))=(x-1)(2x+12)$$

$$A(x)=(x-1)(2x+12)$$

$$b) (x-1)(2x+12) < 0$$

Tableau de signe:

x	$-\infty$	-6	1	$+\infty$	
$x-1$	-	0	-	+	
$2x+12$	-	+	0	+	
A(x)	+	0	-	0	+

Donc $S_R =]-6, 1[$