

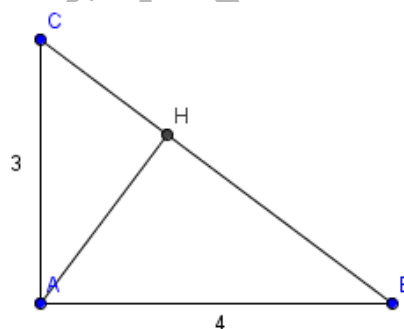
Angle a	30°	45°	60°
Cos (a)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Sin(a)	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Tan(a)	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

**Exercice 1**

La figure suivante est un triangle rectangle en A tel que :

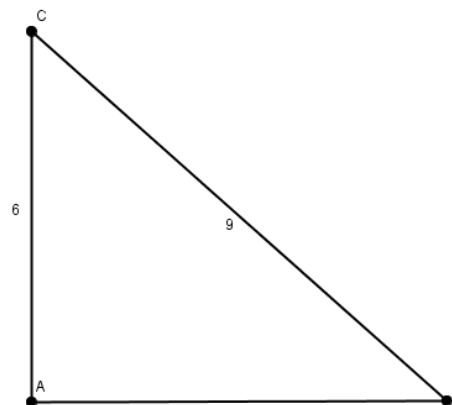
$AB=4$  et  $AC=3$  . H est le projeté orthogonale de A sur [BC]

1. Calculer la distance BC
2. Déterminer  $\cos \widehat{ABC}$  ,  $\sin \widehat{ABC}$ , et  $\tan \widehat{ABC}$
3. Trouver l'aire du triangle ABC puis déduire AH

**Exercice 2**

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que  $AC = 6$  et  $BC = 9$ .

a) Calculer AB, puis  $\sin \widehat{B}$  ,  $\cos \widehat{B}$  ,  $\sin \widehat{C}$  et  $\cos \widehat{C}$

**Exercice 3**

ABC est un triangle tel que  $\widehat{B} = 60^\circ$  ,  $\widehat{C} = 45^\circ$  et la hauteur AH est égale à 3.

a) Calculer AB et AC puis BH et CH. En déduire BC.

**Exercice 4**

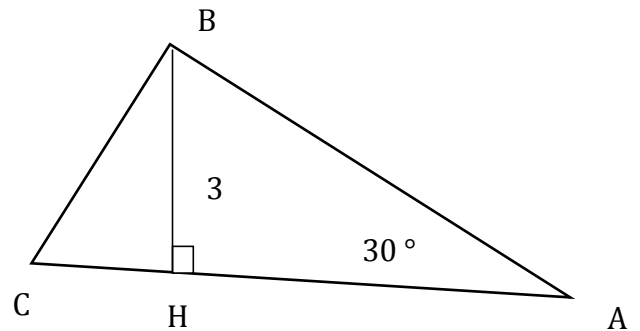
Soit ABC un triangle tel que  $AB = 6$  ,  $\widehat{B} = 45^\circ$  . et  $\widehat{A} = 105^\circ$ .

- 1) Soit H le projeté orthogonale de A sur [BC]
  - a) Faire une figure
  - b) Calculer AH, AC et BC
- 2) Soit K le projeté orthogonale de B sur [AC]. Calculer BK.

### Exercice 5

La figure suivante est un triangle rectangle en B

1. Calculer les distances AB, AH, CH et CB
2. Trouver l'aire du triangle ABC



### Exercice 6

Soit (C) un cercle de centre O et de diamètre [BC] tel que  $BC = 4$  cm,

Soit A un point de (C) tel que  $\widehat{AOC} = 30^\circ$  et H le projeté orthogonal de A sur [BC]

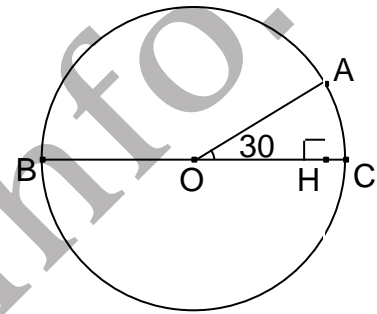
1°) a) Montrer que  $AH = 1$  cm ( On donne  $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$  )

b) Calculer OH

c) Vérifier que  $BH = 2 + \sqrt{3}$

2°) a) Montrer que  $\widehat{AOB} = 150^\circ$  puis déduire que  $\widehat{ABC} = 15^\circ$

b) Montrer que  $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$



### Exercice 7

1. Soit  $\widehat{BAC}$  un angle aigu tel que  $\cos \widehat{BAC} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ , calculer  $\sin \widehat{BAC}$  et  $\tan \widehat{BAC}$

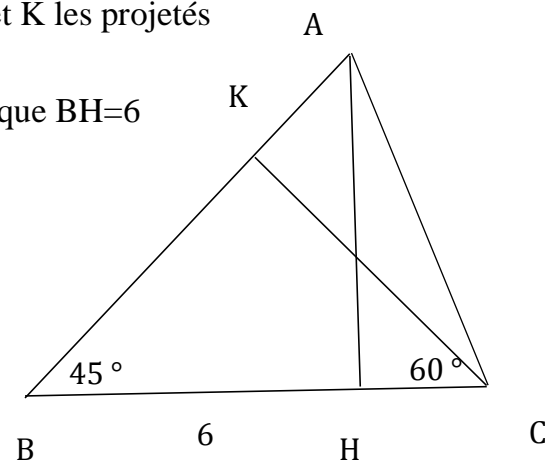
2. Soit un angle aigu  $\widehat{BAC}$  tel que  $\sin \widehat{BAC} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ , calculer  $\cos \widehat{BAC}$  et  $\tan \widehat{BAC}$

### Exercice 8

Soit un triangle ABC, on donne  $\widehat{ABC} = 45^\circ$  et  $\widehat{ACB} = 60^\circ$ , soit H et K les projetés

orthogonaux respectivement de A sur (BC) et C sur (AB) tel que  $BH = 6$

1. Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$
2. Calculer AH et AB.
3. Calculer AC, BC, CK et AK.
4. Déduire les valeurs exactes de  $\cos(75^\circ)$ ,  $\sin(75^\circ)$



### Exercice 1

1) On utilise Pythagore :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$BC^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \text{ donc } BC = 5$$

2)

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$$

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}$$

3)

$$\text{Aire} = \frac{AB * AC}{2} = \frac{3 * 4}{2} = 6$$

$$\frac{AH * BC}{2} = \frac{AB * AC}{2} \text{ signifie } AH = \frac{AB * AC}{BC}$$

$$AH = \frac{4 * 3}{5} = \frac{12}{5} = \frac{12}{5}$$

### Exercice 2

\* On utilise Pythagore :

$$AB^2 = BC^2 - AC^2$$

$$AB^2 = 9^2 - 6^2 = 81 - 36 = 45$$

$$AB = 3\sqrt{5}$$

$$* \sin \widehat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$* \cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{3\sqrt{5}}{9} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$* \sin \widehat{C} = \cos \widehat{B} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$* \cos \widehat{C} = \sin \widehat{B} = \frac{2}{3}$$

### Exercice 3

$$* \sin 60^\circ = \frac{AH}{AB} \text{ donc } AB = \frac{AH}{\sin 60^\circ} = \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

$$* \sin 45^\circ = \frac{AH}{AC} \text{ donc } AC = \frac{AH}{\sin 45^\circ} = \frac{3}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

$$* \cos 60^\circ = \frac{BH}{AB} \text{ donc } BH = AB \cos 60^\circ = \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$* \cos 45^\circ = \frac{CH}{AC} \text{ donc } CH = AC \cos 45^\circ = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3$$

$$* BC = BH + CH = \sqrt{3} + 3$$

#### Exercice 4

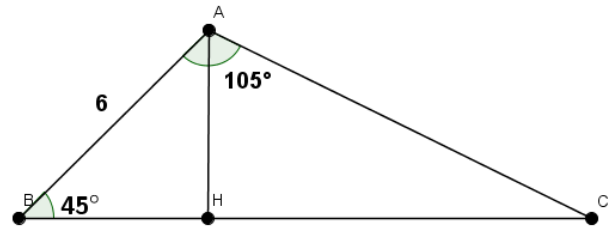
1/b)

$$\sin(45^\circ) = \frac{AH}{AB} \text{ donc } AH = AB \cdot \sin(45^\circ)$$

$$AH = 6 \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sin(30^\circ) = \frac{AH}{AC}$$

$$\text{donc } AC = \frac{AH}{\sin 30^\circ} = 2(3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2}$$



2/a) **Construction :**

construire segment  $[AB]$ , construire l'angle  $\hat{B}$ , construire angle  $\hat{C}$ . L'intersection de ces deux angles donne le point C.

$$b/BH = 3\sqrt{2} \text{ (triangle rectangle et isocèle en H)}$$

$$CH^2 = AC^2 - AH^2$$

$$CH^2 = (6\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2})^2 = 72 - 18 = 54$$

$$CH = 3\sqrt{6}$$

$$BC = BH + CH = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$$

$$3/BK \cdot AC = AH \cdot BC \text{ donc } BK = \frac{AH \cdot BC}{AC} = \frac{(3\sqrt{2})12}{6\sqrt{2}} = 6$$

#### Exercice 5

1)

$$\sin \hat{HAB} = \frac{BH}{AB} = \frac{1}{2} \text{ donc } AB = 2BH \text{ donc } AB = 6$$

$$\tan \hat{HAB} = \frac{BH}{AH} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ donc } \sqrt{3}AH = 3BH \text{ donc } AH = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

$$\tan \hat{HCB} = \frac{BH}{CH} = \sqrt{3} \text{ donc } BH = \sqrt{3}CH \text{ donc } CH = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\sin \hat{HCB} = \frac{BH}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ donc } 2BH = \sqrt{3}BC \text{ donc } BC = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

$$2) \text{ Aire} = \frac{BH \cdot CA}{2} = \frac{BH(CH + HA)}{2} = \frac{3(\sqrt{3} + 3\sqrt{3})}{2} = \frac{3(4)\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

#### Exercice 6

$$1) a) \tan(30^\circ) = \frac{AH}{OH} = \frac{1}{2} \text{ donc } AH = \frac{OA}{2} = 1$$

$$b) OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3}$$

$$c) BH = OB + OH = 2 + \sqrt{3}$$

$$2)a) \widehat{AOB} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

OAB triangle isocèle en O donc  $\widehat{OBA} = (180^\circ - 150^\circ) / 2 = 15^\circ$

$$b) \tan(15^\circ) = \frac{AH}{BH} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{(2 - \sqrt{3})}{2^2 - \sqrt{3}^2} = 2 - \sqrt{3}$$

### Exercice 7

$$1- \sin^2 \widehat{BAC} + \cos^2 \widehat{BAC} = 1$$

$$\sin \widehat{BAC} = \sqrt{1 - \cos^2 \widehat{BAC}} = \sqrt{1 - \left(\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{9}{10}} = \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{\sin \widehat{BAC}}{\cos \widehat{BAC}} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{10}}{\frac{3\sqrt{10}}{10}} = \frac{1}{3}$$

$$\cos \widehat{BAC} = \sqrt{1 - \sin^2 \widehat{BAC}} = \sqrt{1 - \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{\sin \widehat{BAC}}{\cos \widehat{BAC}} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{5}}{\frac{2\sqrt{5}}{5}} = \frac{1}{2}$$

### Exercice 8

$$1. \widehat{BAC} = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$$

$$2. \tan(45^\circ) = \frac{AH}{BH} = 1 \text{ donc } BH = AH = 6$$

On applique Pythagore :

$$AB = \sqrt{BH^2 + AH^2} \text{ donc } AB = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$$

$$3. \cos(30^\circ) = \frac{AH}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ donc } AC = \frac{2AH}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

$$\tan(30^\circ) = \frac{CH}{AH} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ donc } HC = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

$$BC = 6 + 2\sqrt{3}$$

$$CK * AB = AH * BC \text{ donc } CK = \frac{AH * BC}{AB} = \frac{6(6 + 2\sqrt{3})}{6\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} + \sqrt{6}$$

$$AK = AB - BK \text{ donc } AK = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - \sqrt{6} = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$$

$$\cos(75^\circ) = \frac{AK}{AC} = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\sin(75^\circ) = \frac{CK}{AC} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

www.mathinfo.tn